Probabilidad 1
Tarea 1
3 puntos por pregunta
Tarea: 30 puntos / 1er. parcial: 90 puntos
Fecha de entrega: 21 de febrero de 2013

Nombre:____

Esta tarea debe entregarse de manera individual el día indicado, a la hora y en el salón de clase, con una impresión de este archivo pdf al frente de la tarea.

1. Demuestre que dado tres conjuntos A, B, C, de un conjunto universal arbitrario Ω, se verifica que:
   a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
   b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
2. Sean A y B conjuntos del universo Ω. Demuestre que:
   a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
   b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
3. Una compañía de seguros establece que las personas pueden dividirse en dos clases; los que son propensos a accidentes y los que no lo son. Sus estadísticas muestran que una persona propensa a accidentes, sufrirá un percance en un periodo no mayor a un año con probabilidad 0.4, mientras que esta probabilidad decrece a 0.2 para una persona no propensa a accidentes. Si se supone que el 30 % de la población es propensa a accidentes,
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que un nuevo asegurado tenga un accidente en un periodo no mayor a un año desde que compra una póliza?
   b) Suponga que un nuevo asegurado tiene un accidente en un plazo no mayor a un año de haber comprado la póliza. ¿ Cuál es la probabilidad de que esta persona sea propensa a accidentes?
4. Se sabe que 5 hombres de cada 100 y 25 mujeres de cada 10,000 son daltónicos. Suponiendo que hay el mismo número de hombres que de mujeres, ¿Cuál es la probabilidad de que una persona daltónica sea hombre?
5. Sea $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad. Sea $B \in \mathscr{F}$ tal que $\mathbb{P}(B) > 0$. Sea $\mu : \mathscr{F} \to [0,1]$ de tal forma que $\mu(A) = \mathbb{P}(A|B)$ para todo $A \in \mathscr{F}$. Demuestre que $(\Omega, \mathscr{F}, \mu)$ es un espacio de probabilidad.
   Sugerencia: Basta mostrar que μ es una medida de probabilidad.
6. Sean A y B dos eventos independientes. Demuestre que:
   a) A y B^c son independientes.
   b) A^c y B son independientes.
   c) A^c y B^c con independientes.
7. *Fórmula de inclusión y exclusión.* Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ elementos de una σ-álgebra $\mathscr{F}$. Demuestre que:

$$\mathbb{P}(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i) - \sum_{i<j=2}^{n} \mathbb{P}(A_i \cap A_j) + \sum_{i<j<k=3}^{n} \mathbb{P}(A_i \cap A_j \cap A_k) - \cdots + (-1)^{n+1}\mathbb{P}(A_1 \cap \cdots \cap A_n)$$

8. Considere el espacio equiprobable $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ y a los eventos $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 4\}$, $C = \{2, 4\}$. ¿Son A,B y C eventos independientes ?

9. En una población el 50 % de ella ven el noticiero A, el 60 % el noticiero B y el 25 % ven ambos noticieros. Determinar:

   a) El porcentaje de la población que no ve ninguno de los dos noticieros.

   b) El porcentaje de la población que solo ve un noticiero.

   c) El porcentaje que solo ve el noticiero B.

10. Sea $\Omega = \{1, 2, \ldots, n\}$ y considere el espacio medible $(\Omega, 2^{\Omega})$. Investigue en cada caso si $\mathbb{P}$ es una medida de probabilidad. Para cada A defina:

    a) $\mathbb{P}(A) = \sum_{k \in A} \frac{2k}{n(n+1)}$

    b) $\mathbb{P}(A) = \prod_{k \in A} \left(1 - \frac{1}{k}\right)$

Misraim Gutiérrez
Enero 2013