Tarea 1

Procesos Estocásticos 1.

Entregar sólo $1, 2.e$ y $3.b$.

1. **(El clima en la tierra de Oz)**. *En la tierra de Oz nunca hay dos días seguidos con buen tiempo. A un día soleado siempre le sigue (con igual probabilidad) un día de lluvia o nieve. Por otra parte, si un día tenemos mal tiempo hay 2 posibilidades, que el tiempo sea el mismo al día siguiente o que cambie. De este modo, si un día nieva (o llueve) al día siguiente nevará (o lloverá) con probabiliad $\frac{1}{2}$; pero si cambia el tiempo sólo la mitad de las veces será un día soleado.*

   Modelar el clima de la tierra de Oz con una cadena de Markov: definir cuidadosamente las variables, especificar todas las características de la Cadena de Markov, y argumentar el porqué es realmente una Cadena de Markov.

2. Sea $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una C.M. con matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{10} & \frac{7}{10} \\ \frac{8}{10} & \frac{2}{10} \end{pmatrix},$$

   y que comienza con igual probabilidad $\frac{1}{3}$ en 0 y $\frac{2}{3}$ en 1. Calcular:

   a) $\mathbb{P}(X_1 = 0)$.

   b) $\mathbb{P}(X_2 = 1)$.

   c) $\mathbb{P}(X_0 = 0, X_1 = 1, X_2 = 1)$.

   d) $\mathbb{P}(X_0 = 1 | X_1 = 1, X_2 = 0)$.

   e) $\mathbb{P}(X_0 = 0 | X_2 = 0)$.

3. Sea $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una C.M. con matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix},$$

   con vector inicial de probabilidades $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Calcular

   a) La distribución conjunta de X_1 y X_2.

   b) La variable aleatoria esperanza condicional $\mathbb{E}(X_1 | X_2)$.

SUERTE !