Tarea 3
Procesos Estocásticos 1.

Entregue 1, 4.c y 5.

1. Considere una peluquería en la hora n-ésima entran una cantidad ζ_n de clientes, tal que

$$\mathbb{P}(\zeta_n = k) = a_k \qquad \forall k \geq 0,$$

   donde el número de clientes que entran es independiente entre cada hora. Supongamos que el peluquero es capaz de atender exactamente a una persona por hora. Supongamos que hay $X_0 \geq 0$ clientes esperando cuando la peluquería abre sus puertas. Construya una cadena de Markov que modele la cantidad X_n de clientes en la n-ésima hora.

   a) Calcule la matriz de transición.

   b) Encuentre una fórmula que relacione a X_{n+1} con X_n y las variables ζ_n's.

2. Determine las clases de equivalencia y los periodos de los estados para la C.M. con matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

   donde los estados son $S = \{1, 2, 3, 4\}$.

3. En la cadena de la Urna de Polya, determine si la proporción de bolas al tiempo n-ésimo de un color dado, es una cadena de markov homogenea o no.

4. Demostrar o dar un contraejemplo de que

   a) $p_{ii}(n)p_{ii}(m) \leq p_{ii}(n+m) \leq p_{ii}(n)p_{ii}(m) + (1 - p_{ii}(n))$.

   b) $i \leftrightarrow j$ ssi $f_{ij}f_{ji} > 0$.

   c) $\sum_{n=1}^{\infty} p_{ij}(n) = f_{ij}[\sum_{n=1}^{\infty} p_{jj}(n) + 1]$.

5. Demostrar o dar un contraejemplo de que $p_{ij}(n) \leq \mathbb{P}(\tau_{ij} \leq n)$.

SUERTE !