Tarea 4
Procesos Estocásticos 1.

Entregue los pares.

1. Prueba o contraejemplo. Sea i un estado con periodo d. Entonces $p_{i,i}^{(d)} > 0$.

2. Sea $\{X_n\}$ una cadena de Markov con matriz de transición P. Decimos que la cadena es regular si existe $n_0 \geq 1$ tal que $p_{i,j}^{(n_0)} > 0$ para todo i, j estados. Decimos que la cadena es irreducible (o comunicante) si tiene una única clase de comunicación.

   a) Considere el caso en que el espacio de estados S es finito. ¿Son los dos conceptos equivalentes?

   b) Considere el caso en que S es infinito. ¿Son los dos conceptos equivalentes?

3. Prueba o contraejemplo. Decimos que un estado es absorbente si $p_{i,j}^{(n)} = 0$ para toda $n \geq 0$ e $i \neq j$. Si una cadena de Markov tiene un estado absorbente entonces no puede ser una cadena regular.

4. En este ejercicio usaremos `R`. Dada una cadena de Markov con espacio de estados en $\{1, ..., N\}$, haga un programa que genere un estado aleatorio inicial de acuerdo a π^0, donde π^0 es un vector de probabilidades de longitud arbitraria dado por el usuario. Para la aleatoriedad sólo está permitida la función `ruinf`, que genera números uniformes en $(0, 1)$.

5. Considere una cadena de Markov con espacio de estados finito. Pruebe que existe al menos un estado recurrente.

¡SUERTE !