

Tarea 7

Procesos Estocásticos 1.

No se entrega, hay examen.

1. Probar que si i es positivo recurrente y ocurre que i y j están comunicados, entonces j es positivo recurrente.
2. Tenemos N individuos en una generación n , que se dividen en dos tipos: los que tienen un gen (fijo) con alelo 1, y los que tienen ese mismo gen con alelo 2. En la generación $n+1$, tenemos también N individuos (no contamos a los de generaciones anteriores) donde cada individuo “elige” aleatoriamente a su progenitor (sólo uno). Cada individuo, hereda el alelo de su progenitor. Sea X_n la cantidad de individuos con el gen 1 en la generación n .
 - a) Calcular la matriz de transición del proceso $\{X_n : n \geq 0\}$.
 - b) Calcular, si existiesen, todas las distribuciones estacionarias del proceso. Explicar qué significa la(s) distribución(es) estacionarias, en términos del modelo.
3. Un hotel tiene un servicio de llamadas donde se atienden las reservaciones, atendido por un empleado. En tal sistema, se puede poner un número de llamadas en espera ilimitado, que son atendidas en orden de llegada por el empleado. Cuando se acaba cada intervalo (de duración un segundo) el cliente completa su reservación con probabilidad q , independiente de la cantidad de tiempo que ha estado en la línea (y con probabilidad complementaria su llamada continúa). También ocurre que al final de cada intervalo, un nuevo cliente llama al hotel con probabilidad p , de forma independiente del número de llamadas en espera, de la duración de la llamada actual y de si el empleado está ocupado o no. Sea X_n el número de clientes en espera al tiempo n .
 - a) Bajo qué condiciones existe la distribución estacionaria?
 - b) En el caso en que exista, cuál es la distribución estacionaria?
 - c) Si el sistema se encuentra desocupado, cuánto tiempo se tarda en promedio en volver a estar desocupado?
 - d) A largo plazo, qué proporción del tiempo se encuentra desocupado el empleado?

SUERTE !