

Guia 3 1**Primitivas, Teorema Fundamental del Cálculo, Integrales Impropias y Criterios de Convergencia**

1.-Calcular las siguientes integrales indefinidas

$$1) \int \frac{dx}{x \ln(x)}$$

$$2) \int \frac{x^2 dx}{x^2 + 1}$$

$$3) \int \tan^2(x) dx$$

$$4) \int \frac{x^4 dx}{x - 1}$$

$$5) \int \arcsin(x) + \arccos(x) dx$$

2.-Hallar una función g tal que

$$\int_0^x tg(t) dt = x + x^2$$

$$\int_0^{x^2} tg(t) dt = x + x^2$$

3.-Supóngase que f es derivable con $f(0) = 0$ y $0 < f' \leq 1$. Demostrar que para todo $x \geq 0$ tenemos

$$\int_0^x f^3 \leq \left(\int_0^x f \right)^2$$

4.-Hallar las derivadas de

$$1) F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$$

$$2) F(x) = \int_b^{bx} \frac{1}{t} dt$$

5.-Dada una función f se define la derivada de Schwarz como

$$D(f(x)) = \frac{f'''(x)}{f'(x)} - \frac{3}{2} \left(\frac{f''(x)}{f'(x)} \right)^2$$

Supongamos ahora que f es una función cualquiera cuya derivada de Schwarz se anula. Muestre que

$$\frac{(f'')^2}{(f')^3}$$

es una función constante 6.-Comprobar si son convergentes o no las siguientes integrales

$$1) \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^3}} dx$$

$$2) \int_0^{\infty} \frac{x}{1+x^{\frac{3}{2}}} dx$$

$$3) \int_0^{\infty} \frac{x}{x\sqrt{1+x}} dx$$