

Guia 4 1**Funciones Gamma, Beta, Logaritmo, Exponencial, Hiperbolicas y Elipticas**

1.-Calcular las siguientes integrales

a) $\int_0^{\infty} 3^{-4z^2} dz$

b) $\int_0^{\infty} x^m e^{-ax^n} dx$

c) $\int_0^{\infty} x^4 e^{-x} dx$

d) $\int_0^{\infty} x^6 e^{-3x} dx$

2.-Demostrar que

$$\int_0^1 x^m (\ln(x))^n dx = \frac{(-1)^n n!}{(m+1)^{(n+1)}}$$

3.-Calcular las siguientes integrales

e) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-st}}{\sqrt{t}} dt$

f) $\int_0^1 x^2 (1-x)^3 dx$

g) $\int_0^2 (4-x^2)^{\frac{3}{2}} dx$

h) $\int_0^4 u^{\frac{3}{2}} (4-u)^{\frac{5}{2}} dx$

4.-Demostrar lo siguiente

a) $\sinh(\cosh^{-1}) = \sqrt{x^2 - 1}$

b) $\cosh(\sinh^{-1}) = \sqrt{1 + x^2}$

c) $(\sinh^{-1})' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

d) $(\cosh^{-1})' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

a) $(\tanh^{-1})' = \frac{1}{1-x^2}$

5.-Demostrar que

$$F(x) = \int_2^x \frac{1}{\log(t)} dt$$

no es acotada en $[2, \infty)$

6.-Probar que

$$\log\left(\frac{p}{q}\right) \leq \frac{p-q}{\sqrt{pq}}$$

7.-Demuestre que

$$\log(x) < x \quad \forall x > 0$$

8.-Calcular

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$$

9.-Probar que

$$e^x > x \quad \forall x$$

10.-Demostrar lo siguiente:

Si f es una función derivable y $f(x) = f'(x)$ para todo x , entonces existe un número C tal que $f(x) = Ce^x$

11.-Calcular

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+4\operatorname{sen}^2(x)} dx$

b) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)(9-x^2)}}$

a) $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{(x^2-1)(x^2+3)}}$