

Guía primer parcial

Conjuntos

1.-Demuestre las siguientes generalizaciones de conjuntos

$$a) \left(\bigcap_{i \in I} A_i \right)^c = \bigcup_{i \in I} A_i^c$$

$$b) B \cap \left(\bigcup_{i \in I} A_i \right) = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$$

$$c) B - \left(\bigcup_{i \in I} A_i \right) = \bigcap_{i \in I} (B - A_i)$$

Funciones

1.-Demuestre lo siguiente

- Si $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ son funciones inyectivas, entonces $g \circ f : A \rightarrow C$ es inyectiva
- Si $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ son funciones suprayectivas, entonces $g \circ f : A \rightarrow C$ es suprayectiva
- Si $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ son tales que $g \circ f : A \rightarrow C$ es inyectiva entonces f es inyectiva
- Si una función $f : A \rightarrow B$ tiene las dos inversas, entonces ambas coinciden

Inducción

2.-Demuestre usando inducción

$$a) \sum_{i=0}^{n-1} x^i = \frac{1-x^n}{1-x}, \quad x \neq 1$$

$$b) (1+x)^n \geq 1+nx, \text{ si } x > 0$$

$$c) \sum_{i=1}^n i^3 = \left(\sum_{i=1}^n i \right)^2$$

$$d) \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$e) 2 \mid (n^2 + n)$$