

Guía para el tercer examen parcial

1.-Resuelva las siguientes ecuaciones

$$(a) z^6 + 8 = 0$$

$$(b) z^3 - 4 = 0$$

2.-Expresar $\cos 5x$ y $\sin 5x$ en términos de $\cos x$ y $\sin x$

3.-Haciendo $z = x + iy$, pruebe que

$$|x| + |y| \leq \sqrt{2}|z|$$

4.-Dados $z, w \in \mathbb{C}$, definimos $d : \mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ como

$$d(z, w) = |z - w|$$

Pruebe que

1. $d(z, w) \geq 0$

2. $d(z, w) = 0$ si y sólo si $z = w$

3. $d(z, w) = d(w, z)$, para todo $z, w \in \mathbb{C}$

4. $d(z, w) \leq d(z, u) + d(u, w)$, para todo $z, w, u \in \mathbb{C}$

5.-Sean $z, w \in \mathbb{C}$ con $z \neq w$. Demuestre que

$$\operatorname{Re} \left(\frac{w + z}{w - z} \right) = \frac{|w|^2 - |z|^2}{|w - z|^2}$$