Guia para el cuarto examen parcial

1.- Sean $a(x),]b(x)$ y $c(x)$ polinomios en $K[x]$, con $a(x) \neq 0$, $b(x) \neq 0$ y $a(x)$ mónico. Muestre que

$$(a(x) \cdot b(x), a(x) \cdot c(x)) = a(x) \cdot (b(x), c(x))$$

2.-Sean $a(x)$ y $b(x)$ polinomios en $K[x]$, no ambos cero, con máximo común divisor $d(x) = (a(x), b(x))$. Para $c(x) \in K[x]$, demuestre que existen polinomios $f(x)$, $g(x) \in K[x]$ que satisfacen la ecuación $a(x)f(x) + b(x)g(x) = c(x)$ si y sólo si $d(x)\big|c(x)$.
3.-Sean $f(x)$, $g(x)$, $h(x) \in K[x]$ con $(f(x), g(x)) = 1$. Demuestre que si $f(x)\big|h(x)$ y $g(x)\big|h(x)$, entonces $f(x) \cdot g(x)\big|h(x)$.
4.-Si $f(x) \in K[x]$ y $\alpha \in K$, demuestre que

$$(x - \alpha)\big|(f(x) - f(\alpha))$$

5.-Efectúe la siguiente división

$$(x^5 - 10x^2 - 40x + 3) \div (x - 3)$$

utilizando división sintética.
6.-Sin efectuar la división, calcula el valor del residuo de la siguiente división

$$(a^3 + 9a^2 - 12a + 31) \div (a + 7)$$