

Álgebra

Tarea 3

Fecha de entrega: 5 noviembre 2018

1. Encuentre la parte real e imaginaria de los siguientes números complejos, donde $z = x + iy$.

a) $\frac{z+1}{2z-5}$

b) $\frac{1}{3z+2}$

2. Use únicamente los axiomas para un campo, para dar una demostración formal (incluyendo todos los detalles) de lo siguiente:

a) $\frac{1}{z_1 z_2} = \frac{1}{z_1} \cdot \frac{1}{z_2}$

b) $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1+z_2}{z_1 z_2}$

3. Demuestre lo siguiente:

a) $|z - w| \geq ||z| - |w||$, con z y w números complejos.

b) $|z_1 w_1 + \dots + z_n w_n| \leq \sqrt{|z_1|^2 + \dots + |z_n|^2} \cdot \sqrt{|w_1|^2 + \dots + |w_n|^2}$, donde z_i, w_i son números complejos para toda $1 \leq i \leq n$.

4. Si z es un número complejo tal que $|z| = 1$, pruebe que $|\frac{az+b}{bz+\bar{a}}| = 1$, para cualesquiera a, b números complejos.

5. Muestre que el máximo del valor absoluto de $z^2 + 1$ en el disco $|z| \leq 1$, es 2.