Tarea 2 fecha de entrega 23 de febrero 2018

1.-Muestre que para cada $p \in [1, \infty)$, la función $i : \mathbb{R}_p^n \to \ell_p$ dada por

$$i(x_1, ..., x_n) = (x_1, ..., x_n, 0, ..., 0)$$

es una isometría. Es decir que podemos identificar a $\mathbb{R}_p^n$ con el subpacio ℓ_p que consiste de las sucesiones (x_k) tales que $x_k = 0$ para $k > n$.
2.-Sea $f_k : [0, 1] \to \mathbb{R}$ la función

$$f_k(x) = \begin{cases} 1 - kx & si \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{k} \\ 0 & si \quad \frac{1}{k} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

para cada $p \in 1, \infty)$ y $k \in \mathbb{N}$ calcula

$$\|f_k\|_p = \left(\int_0^1 |f_k(t)|^p \, dt \right)^{\frac{1}{p}}$$

3.-¿Cuáles de las siguientes funciones son isometrías y cuáles no? Justifíca tu afirmación.
(a) La identidad $id : \mathbb{R}_p^2 \to id : \mathbb{R}_r^2$, $id(x) = x$, con $p \neq r$
(b) La función $\phi : \mathcal{B}(\mathbb{N}, \mathbb{R}) \to \ell_\infty$ dada por $\phi(f) = (f(k))$