

Tarea 1 fecha de entrega 25 de agosto 2018

1.-Demuestre lo siguiente: Sea $f : X \rightarrow X'$ una función y sea \mathcal{A}' una σ -álgebra en X' . Entonces

$$\mathcal{A} = f^{-1}(\mathcal{A}')$$

es una σ -álgebra en X .

2.-Demuestre lo siguiente: Sea $E \subset X$ un conjunto, y sea \mathcal{A}' una σ -álgebra en X . Entonces

$$\mathcal{A}_E = E \cap \mathcal{A} = \{E \cap A \mid A \in \mathcal{A}\}$$

es una σ -álgebra en E .

3.-Sea \mathcal{A} una σ -álgebra muestre que

$$\text{Si } A, B \in \mathcal{A} \text{ entonces } A \setminus B \in \mathcal{A}$$

$$\text{Si } A, B \in \mathcal{A} \text{ entonces } A \triangle B \in \mathcal{A}$$

4.-Sea $X = [0, 1]$ encontrar las σ -álgebras generadas por los conjuntos

a)

$$\left(0, \frac{1}{2}\right)$$

b)

$$\left[0, \frac{1}{4}\right), \left(\frac{3}{4}, 1\right]$$

c)

$$\left[0, \frac{3}{4}\right], \left[\frac{3}{4}, 1\right]$$

5.-Demuestre lo siguiente: Sea (X, S) un espacio medible. Para $A \subset X$ definimos la función característica de A denotada por $\chi_A : X \rightarrow \{0, 1\}$, como sigue

$$\chi_A = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

Entonces χ_A es s -medible si y sólo si $A \in S$