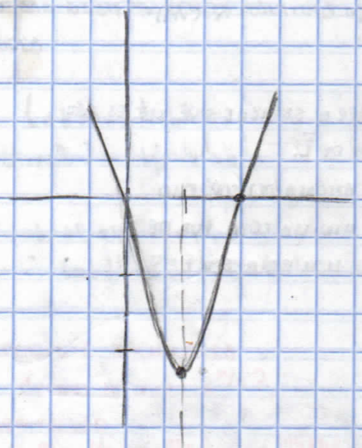
Nombre: Tema: Día Mes Año Folio 1

$f(x) = x(x-3)$



$f(x) = x(x-3)$

$= x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}$

$= (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4}$

$y + \frac{9}{4} = (x - \frac{3}{2})^2$

$f: [\frac{3}{2}, +\infty] \longrightarrow [-\frac{9}{4}, +\infty]$

$y = x^2 - 3x$

$\Rightarrow x^2 - 3x - y = 0$

$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4x}}{2}$

$x = \frac{3 + \sqrt{9+4y}}{2}$

$\therefore f^{-}(x) = \frac{3 + \sqrt{9+4x}}{2}$

PROPOSICIÓN SEA $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ FUNCIÓN tq $f(x) = x^n$, ENTONCES f ES CRECIENTE $\forall_{n \in \mathbb{N}}$

DEM.

SEAN $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$ tq $x_1 \leq x_2$

- BASE INDUCTIVA $(n=1)$

  $f(x) = x$ SI $x_1 \leq x_2 \Rightarrow x_1 = f(x_1) \leq f(x_2) = x_2$

- HIP INDUCCIÓN $(n=k)$

  SI $x_1 \leq x_2 \Rightarrow x_1^k \leq x_2^k$

  CON $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$

  $x_1^k x_1 \leq x_2^k x_2$

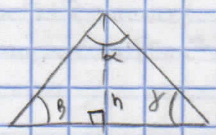
  $x_1^{k+1} \leq x_2^{k+1}$

  $\therefore f(x) = x^{k+1}$ ES CRECIENTE.

PROPOSICIÓN SEAN A, B, C LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO (NO DEGENERADO) Y α, β, γ LOS ÁNGULOS OPUESTOS DE LOS LADOS RESPECTIVAMENTE, ENTONCES

$$\frac{A}{\operatorname{sen}(\alpha)} = \frac{B}{\operatorname{sen}(\beta)} = \frac{C}{\operatorname{sen}(\gamma)}$$

DEM:



POR DEF $\operatorname{sen}(\beta) = \frac{h}{C}$ Y $\operatorname{sen}(\gamma) = \frac{h}{B}$

$\operatorname{sen}(\beta) C = h = \operatorname{sen}(\gamma) B$

$\Rightarrow \frac{B}{\operatorname{sen}(\beta)} = \frac{C}{\operatorname{sen}(\gamma)}$

teorema

$\forall_{x\in\mathbb{R}}$ tq $x>0$ y CADA $n\in\mathbb{Z}$ tq $n>0$
EXISTE UN $y\in\mathbb{R}$, Y SOLO UNO, tq $y^n = x$
ESTE NÚMERO SE DENOTA $\sqrt[n]{x}$ ó $x^{\frac{1}{n}}$

PRUEBA

SE DEFINE UN CONJUNTO
$$E = \{t \geq 0 \mid t^n < x\}$$

(1) $E \neq \emptyset$ PUES $t=0$ SATISFACE $0^n = 0 < x$

(2) SI $t \geq x+1$ ENT.

$x+1 \leq t \Rightarrow (x+1)^n \leq t^n \Rightarrow x < t^n$

$f(y) = y^n$
ES CREC.

$x < (x+1)^n$

DE ESTA MANERA SE TIENE QUE $x+1$ ES UNA COTA SUPERIOR DE E.

$\therefore$ SEGÚN AXIOMA DEL SUPREMO
ENT $\exists$ MINIMA COTA SUP DE E,
PODEMOS LLAMARLA $\sup E = y$

* P.D $y^n = x$

SUPONEMOS QUE $\boxed{y^n < x}$

DE LA IDENTIDAD
$$b^n - a^n = (b-a)(b^{n-1} + b^{n-2}a + b^{n-3}a^2 + \cdots + a^{n-1})$$
CONSIDERA $0 < a < b$ Y CAMBIAMOS A LA DESIGUALDAD
$$b^n - a^n < (b-a)(b^{n-1} + b^{n-1} + b^{n-1} + \cdots + b^{n-1}) = (b-a)\, n b^{n-1}$$

CONSIDEREMOS UN $h\in\mathbb{R}$ tq
$0 < h < 1$ Y $h < \dfrac{x - y^n}{n(y+1)^{n-1}}$

SUSTITUIR EN (2) $b = y+h$ $a = y$
$$(y+h)^n - y^n < hn(y+h)^{n-1} < hn(y+1)^{n-1} < x - y^n$$
$$(y+h)^n - y^n < x - y^n$$
$\therefore (y+h)^n < x \therefore y+h \in E$ (FALSO) PORQUE $y = \sup(E)$

SUPONGAMOS QUE $y^n > x$ Y CONSIDEREMOS $k = \dfrac{y^n - x}{n y^{n-1}}$

SE TIENE QUE
$0 < k < y$

SI $t \geq y-k$ ENTONCES $t^n \geq (y-k)^n$

$\therefore -(y-k)^n \geq -t^n \Rightarrow y^n - (y-k)^n \geq y^n - t^n$

USANDO (2) $b = y$, $a = y-k$

$$y^n - t^n \leq y^n - (y-k)^n < kny^{n-1} = y^n - x$$
$$y^n - t^n < y^n - x \Rightarrow -t^n < -x \Rightarrow t^n > 0$$
$\therefore y-k$ ES COTA SUPERIOR (FALSO) PORQUE $y = \sup(E)$ & $y-k < y$