Números Enteros $\mathbb{Z}$

Definición 1. *El conjunto de números enteros de un camp ordenado F es el conjunto*

$$\mathbb{Z} = \{x \in F \mid x \in \mathbb{N}, \quad ó \quad -x \in \mathbb{N} \quad ó \quad x = 0\}$$

Este conjunto consta de los números naturales, e incluimos sus inversos aditivos y el cero.
Tenemos que $\mathbb{Z}$ satisface las propiedades
A_0 Sea $a, b \in \mathbb{Z}$ de la cerradura en $\mathbb{N}$ se sigue que $a + b \in \mathbb{Z}$. Se sigue de las propiedades de números naturales
M_0 Análogamente para la multiplicación sobre $\mathbb{Z}$ si $a, b \in \mathbb{Z}$ entonces $a \cdot b \in \mathbb{Z}$ se sigue de las propiedades de números naturales
A_1 Propiedad conmutativa Para la suma se tiene

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Z} \quad a + b = b + a$$

se sigue de las propiedades de números naturales
M_1 Para la multiplicación se tiene

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Z} \quad a \cdot b = b \cdot a$$

se sigue de las propiedades de números naturales
A_2 asociatividad para la suma

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Z} \quad a + (b + c) = (a + b) + c$$

se sigue de las propiedades de números naturales
M_2 Asociatividad para la multiplicación

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Z} \quad a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

se sigue de las propiedades de números naturales
A_3 Existencia del neutro aditivo se sigue de las propiedades de F
M_3 Existencia del neutro multiplicativo se sigue de las propiedades de F
A_4 Existencia de inversos aditivos, tenemos que $\forall\ n \in \mathbb{Z}$ existe $-n \in \mathbb{Z}$ tal que $n + (-n) = 0$
La propiedasd m_4 no es válida en $\mathbb{Z}$ pues no hay inversos aditivos en $\mathbb{Z}$
D Propiedad distributiva
$\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$ se tiene que $m(a + b) = ma + mb$ esta se sigue de las propiedades de los números naturales
En conclusión se tiene que $\mathbb{Z}$ no es campo