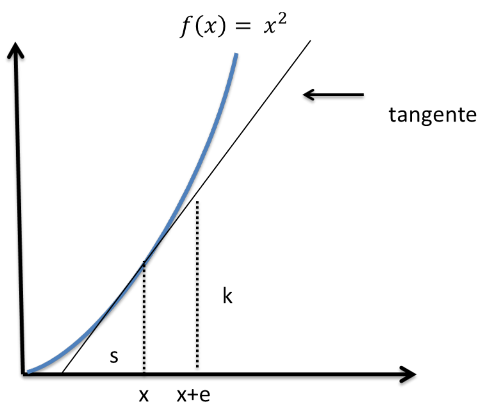
Problema: Obtener la tangente a una curva.

El interés por este problema vino de más de una fuente; era un problema de geometría pura, y era de gran importancia para las aplicaciones científicas. La óptica como sabemos era uno de los principales objetivos científicos del siglo XVII; el diseño de las lentes era de interés directo para Fermat, Descartes, Huygens y Newton. Para estudial el paso de la luz a través de una lente, se debe conocer el ángulo bajo el cual el rayo toca a la lente, para aplicar la ley de refracción, El ángulo significativo es el que forman el rayo y la normal a la curva o la tangente.
Otro problema científico que implicaba la tangente a una curva surgía en el estudio del movimiento. La dirección del movimiento de un cuerpo móvil en cualquie punto de su trayectoria es la dirección de la tangente de la trayectoria. En realidad, incluso el mismo significado de tangente estaba abierto. Para las secciones cónicas, la definición de una tangente como una recta que toca a una curva en sólo un punto y que permanece a un lado de la curva, bastaba; esta definición era utilizada por los griegos. Pero era inadecuada para las curvas más complicadas que se utilizaban en el siglo XVII.
Vamos a ver un ejemplo de un metodo para encontrar las tangentes a una parábola, es el metodo utilizado por Fermat
Problema: Se desea encontrar la tangente a una parábola $y = x^2$ en un punto cualquiera



Según Fermat Sea $x+e$ un punto cercano y por semejanza de triangulos

$$\frac{x^2}{s} = \frac{k}{s+e}$$

como $k \approx (x+e)^2$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \quad \frac{x^2}{s} \approx \frac{(x+e)^2}{s+e} \\
&\Rightarrow \quad x^2 s + x^2 e \approx sx^2 2sxe + se^2 \\
&\Rightarrow \quad x^2 e \approx 2sxe + se^2 \\
&\Rightarrow \quad s \approx \frac{x^2 e}{2xe + e^2} = \frac{x^2}{2x+e} \\
&\Rightarrow \quad 2x + e \approx \frac{x^2}{s} \underbrace{\Rightarrow}_{eliminando\ e} \quad 2x = \frac{x^2}{s}
\end{aligned}$$