

## Tarea 1

fecha de entrega 28 agosto 2015

## Campos

1.-Dado el conjunto  $F = \{0, 1\}$  y las operaciones definidas como:

+	0	1	×	0	1
0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1

Compruebe si  $F$  es un campo con las operaciones definidas anteriormente.2.-Dado el conjunto  $F = \mathbb{R}^2$  y las operaciones definidas como sigue:

$$(x, y) + (u, v) = (x + u, y + v)$$

$$(x, y) \cdot (u, v) = (xu, yv)$$

Compruebe si el conjunto  $\{F, +, \cdot\}$  es o no es un campo

3.-Dado el conjunto

$$F = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$$

con la suma y el producto ordinarios.

Compruebe si el conjunto  $\{F, +, \cdot\}$  es o no es un campo

## Axiomas de Campos

4.-Demostrar lo siguiente:

$$(i) \text{ Si } ax = a \text{ para algún } a \neq 0, \text{ entonces } x = 1$$

$$(ii) x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$(iii) \text{ Si } x^2 = y^2, \text{ entonces } x = y \text{ o } x = -y$$

$$(iv) x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$(v) x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$$

$$(vi) \frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}, \text{ si } b, c \neq 0$$

$$(vii) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \text{ si } b, d \neq 0$$

$$(viii) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \text{ si } b, d \neq 0$$

$$(ix) \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}, \text{ si } b, c, d \neq 0$$

$$(x) \text{ Si } b, d \neq 0 \text{ entonces } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

**Orden en Campos (Desigualdades)**

5.-Encontrar los números  $x$  para los cuales

$$(i) \quad (x - 1)(x - 3) > 0$$

$$(ii) \quad x^2 - 2x + 2 > 0$$

$$(iii) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} > 0$$

$$(iv) \quad \frac{x-1}{x+1} > 0$$

6.-Demostrar lo siguiente:

$$(i) \quad \text{Si } a < b, \text{ entonces } -b < -a$$

$$(ii) \quad \text{Si } a < b \text{ y } c > d, \text{ entonces } a - c < b - d$$

$$(iii) \quad \text{Si } 1 < a, \text{ entonces } a < a^2$$

$$(iv) \quad \text{Si } 0 < a < 1, \text{ entonces } a^2 < a$$

$$(v) \quad \text{Si } 0 < a < b, \text{ entonces } \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$$

**Valor Absoluto**

7.-Encontrar todos los números  $x$  para los que se cumple

$$(i) \quad |x - 3| = 8$$

$$(ii) \quad |x - 3| < 8$$

$$(iii) \quad |x + 4| < 2$$

$$(iv) \quad |x - 1| + |x - 2| > 1$$

$$(v) \quad |x - 1| + |x + 1| < 2$$

$$(vi) \quad |x - 1| + |x + 1| < 1$$

$$(vii) \quad |x - 1| \cdot |x + 1| = 0$$

$$(i) \quad |x - 1| \cdot |x + 2| = 3$$

8.-Demostrar que si  $|x - x_0| < \frac{\epsilon}{2}$  y  $|y - y_0| < \frac{\epsilon}{2}$ , entonces

$$|(x + y) - (x_0 + y_0)| < \epsilon$$

9.-Demostrar que si  $|x - x_0| < \min\left(\frac{\epsilon}{2(|y_0| + 1)}, 1\right)$  y  $|y - y_0| < \frac{\epsilon}{2(|x_0| + 1)}$ , entonces

$$|xy - x_0y_0| < \epsilon$$