

Guía para el cuarto examen parcial

13 noviembre 2015

Definición Derivada

1.-Probar que si  $f$  es diferenciable en  $x = a$ , entonces

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x - a} = f(a) - af'(a)$$

2.-Dada una función diferenciable  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , uniformemente continua. Muestre que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[ f \left( x + \frac{1}{n} \right) - f(x) \right] = f'(x)$$

3.-Si  $f$  es diferenciable en  $a$ . Encontrar

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^n f(x) - x^n f(a)}{x - a}$$

Teoría de la Derivación Implícita

1.-Muestre que existe una función  $f(x)$  diferenciable tal que

(a)  $[f(x)]^4 - 2[f(x)] = 4[f(x)]^3 + x$

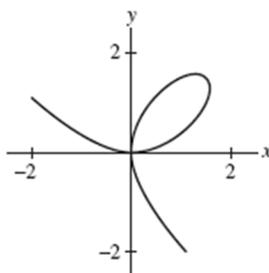
(b)  $3[f(x)]^3 + [f(x)]^2 + x = 5$

(c)  $[f(x)]^2 + 2[f(x)]^3 = x + [f(x)]$

Derivación Implícita

1.-Dada la curva

$$x^3 + y^3 = 3xy \quad \text{folium de descartes}$$



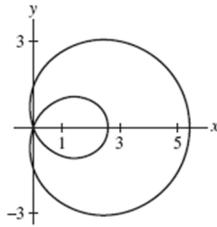
Folium of Descartes:  $x^3 + y^3 = 3xy$ .

Halle la ecuación de la recta tangente a esta curva en el punto  $\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

2.-Halle una ecuación de la rcta tangente en cada uno de los cuatro puntos de la curva

$$(x^2 + y^2 - 4x)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

en los que  $x = 1$ .

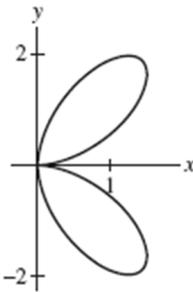


Limaçon:  $(x^2 + y^2 - 4x)^2 = 2(x^2 + y^2)$

3.-Halle la derivada en los puntos del folium

$$(x^2 + y^2)^2 = \frac{25}{4}xy^2$$

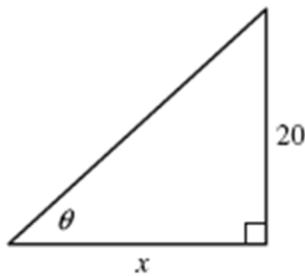
en los que  $x = 1$



Folium curve:  $(x^2 + y^2)^2 = \frac{25}{4}xy^2$

**Razón de Cambio**

1.-La base  $x$  del triángulo rectángulo de la figura siguiente, crece a razón de 5 cm/seg, mientras que la altura se mantiene constante en  $h = 20$ . Hallar la razón de cambio instantanea del ángulo  $\theta$  cuando  $x=20$ ?



**Derivadas de orden superior**

1.-Use el teorema de Leibniz para hallar la derivada de orden superior que se pide en cada inciso

(a)  $f^{30}(x)$ , para  $f(x) = x^2 \cos ax$

(b)  $f^4(x)$ , para  $f(x) = e^x \operatorname{sen} x$