Tarea 2

fecha de entrega 04 septiembre 2015

Inducción Matemática

1.-Pruebe que

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

2.-Pruebe que

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$$

3.-Pruebe que

$$1 + 4 + 7 + \cdots + (3n-2) = \frac{n(3n-1)}{2}$$

4.-Pruebe que

$$n(n+1)(n+2) \;\; es \;\; divisible \;\; por \;\; 3$$

5.-Pruebe que

$$n^5 - n \;\; es \;\; divisible \;\; por \;\; 5$$

6.-Pruebe que

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}$$

7.-Pruebe que

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots + \frac{1}{3^n} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n$$

8.-Coeficiente binomial $\forall\ k \leq n \ \in \mathbb{N}$, definimos el coeficiente binomial $\binom{n}{k}$ por la fórmula

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

donde $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1, \quad 0! = 1, \quad .$
Verifique las fórmulas

$$\binom{n}{0} = 1, \quad \binom{n}{1} = n, \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad y \quad \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$$

9.-La notación para una sumatoria es:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

Pruebe que

$$\forall\ n \in \mathbb{N}, \quad (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

10.-Principio del buen orden Si $A \subset \mathbb{N}$, $A \neq \emptyset$, entonces A tiene un elemento mínimo.
Demuestre usando el principio de inducción matemática, el principio del buen orden.
11.- ¿ existe algún número a tal que a^2 es irracional pero a^4 es racional ?
12.- ¿ existen dos números irracionales tales que sean racionales tanto su suma como su producto ?
13.- Demostrar que si x satisface

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + ... + a_0 = 0$$

para algunos enteros $a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_0$ entonces x es irracional si no es entero