

Tarea 3

fecha de entrega 18 septiembre 2015

Axioma del Supremo

1.-Demuestre lo siguiente: Sean $A, B \subset F$ donde F es un campo ordenado completo, suponga que $A \subset B$ y $A \neq \emptyset$. Si B esta acotado inferiormente, entonces A esta acotado inferiormente y se cumple

$$\inf A \geq \inf B$$

2.-Demuestre que un campo ordenado completo es arquimediano

3.-Demuestre que si un campo ordenado F es completo, entonces $\exists x \in F$ tal que $x^2 = 2$

4.-Demuestre que el campo ordenado \mathbb{Q} de los números racionales no es completo

Funciones

1. Sea $f(x) = \frac{1}{1+x}$. Interpretar lo siguiente:

(i) $f(f(x))$ ¿Para que x tiene sentido?

(ii) $f\left(\frac{1}{x}\right)$

(iii) $f(cx)$

(iv) $f(x+y)$

2.- Sea $g(x) = x^2$ y sea

$$h(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 1, & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

(i) ¿ Para cuales y es $h(y) \leq y$?

(ii) ¿ Para cuales y es $h(y) \leq g(y)$?

(iii) ¿ Que es $g(h(z)) - h(z)$?

(iv) ¿ Para cuales w es $g(w) \leq w$?

(v) ¿ Para cuales ϵ es $g(g(\epsilon)) = g(\epsilon)$?

3.- Encontrar el dominio y el rango de las funciones definidas por

(i) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

(ii) $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$

(iii) $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$

(iv) $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x^2-1}$

(v) $f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-2}$

4.- Hallar una función f que no sea constante y tal que

$$|f(y) - f(x)| \leq |y - x|$$

5.-Demostrar o dar un contraejemplo de las siguientes proposiciones

(a) $f \circ (g + h) = f \circ g + f \circ h$

(b) $(g + h) \circ f = g \circ f + h \circ f$

$$(c) \quad \frac{1}{f \circ g} = \frac{1}{f} \circ g$$

$$(d) \quad \frac{1}{f \circ g} = f \circ \frac{1}{g}$$

6.- Sean $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por $f(x) = x^2$, y los subconjuntos del dominio

$$A = \{-1, -2, -3, -4\} \quad y \quad B = \{1, 2, 3, 4\}$$

Verifique las propiedades de la imagen.

7.- Proponer dos conjuntos X e Y , con $A \subset X$ y una función $f : X \rightarrow Y$ tales que

$$(i) \quad f(X - A) \subset Y - f(A)$$

$$(ii) \quad Y - f(A) \subset f(X - A)$$

$$(iii) \quad f(X - A) \cap [Y - f(A)] = \emptyset$$

8.- Dense funciones $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ tales que

(i) f es inyectiva y $g \circ f$ no lo es

(ii) g es suprayectiva y $g \circ f$ no lo es

(iii) f es inyectiva, g es suprayectiva y $g \circ f$ no es inyectiva ni suprayectiva

(iv) f no es suprayectiva, g no es inyectiva y $g \circ f$ es biyectiva