

Tarea 4

fecha de entrega 25 septiembre 2015

Imágenes Inversas

1.-Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^2 + 1$ . Determinar las imágenes inversas de los siguientes subconjuntos del codominio

$$[-1, 1), \left(-\infty, \frac{1}{2}\right], [0, 3], [0, 3), [1, 10]$$

2.-Sea  $f : X \rightarrow Y$ . Demostrar la equivalencia de las siguientes proposiciones

(a)  $f$  es inyectiva

(b)  $\forall A, A \subset X \Rightarrow f^{-1}[f(A)] = A$

3.-Sean  $f : X \rightarrow Y$  una función, y los subconjuntos  $A \subset X, B \subset Y$ . Demostrar las siguientes afirmaciones:

$$(a) A \subset f^{-1}[f(A)]$$

$$(b) f[f^{-1}(B)] \subset B$$

$$(c) f(X) - f(A) \subset f(X - A)$$

$$(d) f^{-1}(Y - B) = X - f^{-1}(B)$$

$$(e) f\left(A \cap f^{-1}(B)\right) = f(A) \cap B$$

Funciones Inversas

4.-Hallar  $f^{-1}$  para cada una de las siguientes funciones

$$(a) f(x) = (x - 1)^3$$

$$(b) f(x) = x + [x]$$

$$(c) f(x) = \frac{x}{1 - x^2}, \quad -1 < x < 1$$

5.-Describase la gráfica de  $f^{-1}$  cuando

(a)  $f$  es creciente y siempre positiva

(b)  $f$  es creciente y siempre negativa

(c)  $f$  es decreciente y siempre positiva

(d)  $f$  es decreciente y siempre negativa

6.-Demostrar que si  $f$  es creciente, entonces también lo es  $f^{-1}$ , y análogamente para funciones decrecientes

7.-Si  $f$  y  $g$  son funciones inyectivas. Hallar  $(f \circ g)^{-1}$  en términos de  $f^{-1}$  y  $g^{-1}$

8.-Hallar  $g^{-1}$  en términos de  $f^{-1}$  si  $g(x) = 1 + f(x)$

9.-Demostrar que  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  es uno-uno si y solo si  $ad - bc \neq 0$ , y hallar  $f^{-1}$  en este caso.

10.-Trazar la gráfica de las funciones  $f(x) = \sqrt[n]{x}$  para  $n = 2, 3, 4$