Tarea 5

fecha de entrega 02 octubre 2015

Definición de Sucesión

1.-Demuestre usando la definición de sucesión

$$(a)\quad \lim_{n\to\infty}\frac{2n}{1-5n}=-\frac{2}{5}$$

$$(b)\quad \lim_{n\to\infty}\frac{5n}{11+n^2}=0$$

$$(c)\quad \lim_{n\to\infty}\frac{n^2-2}{n^2+n}=1$$

$$(d)\quad \lim_{n\to\infty}\frac{8n^2+3}{5n^2-2}=\frac{8}{5}$$

$$(e)\quad \lim_{n\to\infty}\frac{n-2n^2}{3n^2+1}=-\frac{2}{3}$$

$$(f)\quad \lim_{n\to\infty}\frac{2n^2-n}{n^2-5n-7}=2$$

$$(g)\quad \lim_{n\to\infty}\frac{n^2+3n}{10-n^2}=-1$$

$$(h)\quad \lim_{n\to\infty}\frac{n^2+6n}{n^3-5n+1}=0$$

2.-Considera la siguiente sucesión

$$a_1=\sqrt{2},\ a_2=\sqrt{2+\sqrt{2}},\ a_3=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}},\ \ldots,\ a_{n+1}=\sqrt{2+a_n}$$

Demuestra usando inducción matemática que:

$$(a)\quad \forall\ n\in\mathbb{N},\quad a_n<a_{n+1}$$

$$(b)\quad \forall\ n\in\mathbb{N},\quad a_n<2$$

$$(c)\quad \forall\ n\in\mathbb{N},\quad a_n\notin\mathbb{Q}$$

3.-Considera las siguientes sucesiones

$$(a)\quad a_n=\frac{n+3}{n}$$

$$(b)\quad a_n=n^2-4n+4$$

$$(c)\quad a_n=n-\sqrt{n}$$

En cada caso indica si son crecientes, decrecientes, acotadas superiormente, argumentando tus respuestas
4.-Sea $(a_n)_{n\geq 1}$ una sucesión convergente a ℓ. Muestra que la sucesión definida por

$$q_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{n}$$

converge a ℓ
5.-Muestra que las sucesiones

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, \quad y \quad b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

son una sucesión creciente y una sucesión decreciente respectivamente
6.-Demuestre que si $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \ell$ y $\ell > 0$ entonces

$$\exists\ N \in \mathbb{N}, \ \ tal \ \ que \ \ n \geq N \ \Rightarrow \ a_n > 0$$