

Tarea 8

fecha de entrega 30 octubre 2015

Límite

1.-En cada caso di si la afirmación es verdadera o falsa (Argumentando tu respuesta).

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x_0 \in \mathbb{R}$, $L \in \mathbb{R}$

(a) Si $\forall x \in \mathbb{R}$, se tiene que $f(x) \geq 1$, y $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$, entonces $L \geq 1$

(b) Si $\forall x \in \mathbb{R}$, se tiene que $f(x) > 0$, y $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$, entonces $L > 0$

2.-Hallar el perímetro de un n-ágono regular inscrito en una circunferencia de radio r

3.-Demostrar que

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(a + h)$$

4.-Demostrar que

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x^3)$$

5.-Sea $f(x)$ una función periódica, mostrar que

$$\text{Si } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \exists$$

entonces $f(x)$ es una función constante

Continuidad

1.-Estudiar la continuidad o discontinuidad de las siguientes funciones

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+x-3}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} |x-3| & \text{si } x \neq 3 \\ 2 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

2.- Sea f una función continua en $[0, 1]$. Mostrar que si $-1 < f(x) < 1 \forall x \in [0, 1]$ entonces $\exists c \in [0, 1]$ tal que $(f(c))^2 = c$

3.-Supóngase que $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continua tal que $f(0) = 5$, $f(1) = 4$ y $f(2) = 9$. ¿Existe algún número c para el cual $2f(c) = f(2c)$?

4.-Demostrar que la ecuación $x^3 - 3x + 1 = 0$ tiene una raíz real en el intervalo $[1, 2]$

5.-Mostrar que el grafo de $f(x) = x$ corta al grafo de $h(x) = \text{sen}(2x)$ en el intervalo $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right]$

6.-Demostrar que todo número real estrictamente positivo tiene raíz cuadrada, esto es, si $a \in \mathbb{R}$ $a > 0$, $\exists t \in \mathbb{R}$ tal que $t^2 = a$