Guía para el tercer examen parcial

30 octubre 2015

Guía Límite

1.-Demostrar que si

$$f(x) = \begin{cases} x & si \quad x \in \mathbb{Q} \\ -x & si \quad x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

entonces

$$\lim_{x \to a} f(x) \ \nexists, \quad si \ \ a \neq \ 0$$

2.-Demostrar que si

$$f(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x \in \mathbb{Q} \\ 0 & si \quad x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

entonces

$$\lim_{x \to a} f(x) \ \nexists, \quad para\ cualquier\ a$$

3.-Demostar que

$$\lim_{x \to 0} g(x) = 0 \ \Rightarrow \ \lim_{x \to 0} g(x) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

4.-Demostar que

$$\lim_{x \to 0} g(x) = 0 \ \ y \ \ |h(x)| \leq x \ \ \forall\ x \ \Rightarrow \ \lim_{x \to 0} g(x)h(x) = 0$$

5.-Demostar que si

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \quad y \quad \lim_{x \to 0} g(x) = M$$

entonces

$$\lim_{x \to a} \max(f,g)(x) = \max(L,M)$$

$$\lim_{x \to a} \min(f,g)(x) = \min(L,M)$$

use el hecho de que dados $x, y \in \mathbb{R}$ se tiene que

$$\max(x,y) = \frac{x+y+|y-x|}{2} \quad y \quad \min(x,y) = \frac{x+y-|y-x|}{2}$$

Guia Continuidad

1.-Suponga que f(x) es continua y no negativa en el intervalo [a,b], y suponga que m y M denotan el mínimo y el máximo de los valores de f en ese intervalo. Use el teorema del valor intermedio para demostrar que entre los rectángulos de base (b-a) y alturas entre m y M , existe al menos uno cuya área es igual al área de la región que se encuentra entre el eje x, la gráfica de la función y las rectas x=a y x=b.
2.-Use el teorema del valor intermedio para demostrar que entre todos los cuadrados que tienen diagonales de longitud entre R y 2R, existe al menos uno cuya área es la mitad del círculo de radio R.
3.-Use el teorema del valor intermedio para demostrar que la ecuación dada tiene al menos una solución en el intervalo indicado:

$$(a) \quad x^3 + x + 1 = 0, \quad -1 \leq x \leq 1$$

$$(b)\quad x^3+3x^2-15x-70=0,\quad -1\leq x\leq 5$$

$$(c)\quad x+\frac{1}{x}=2,\quad -5\leq x\leq 15$$

4.-Cada una de las siguientes funciones tiene una discontinuidad removible en $x=a$, En cada caso, muestre como puede redefinir el valor $f(a)$ para remover la discontinuidad:

$$(i)\quad f(x)=\frac{25x^2-16}{5x-4},\quad a=\frac{4}{5}$$

$$(ii)\quad f(x)=\frac{x^2-x-6}{x-3},\quad a=3$$

$$(iii)\quad f(x)=\frac{x}{x+x^3},\quad a=0$$

5.-Demuestre que si f es continua en [a,b], entonces existe una función g continua en todos los reales tal que g(x) = f(x) para todo x en [a,b]