GUIA 6TO EXAMEN PARCIAL
CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Series Telescópicas

1.-Hallar la suma de

$$(a)\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

$$(b)\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n-1)}$$

$$(c)\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$$

$$(d)\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$$

Series Divergentes

2.-Muestre que las siguientes series son divergentes

$$(a)\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{10n+12}$$

$$(b)\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$$

$$(c)\quad \cos\left(\frac{1}{2}\right) + \cos\left(\frac{1}{3}\right) + \cos\left(\frac{1}{4}\right) + ...$$

$$(d)\quad \sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{4n^2+1} - n)$$

Series Geométricas

3.-Use la fórmula de la suma de una serie geométrica para hallar la suma o determine que la serie diverge

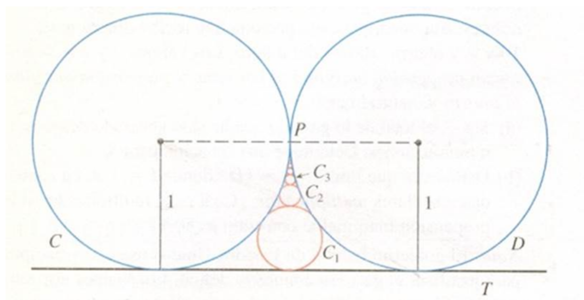
$$(a)\quad \frac{1}{1} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8^2} + ...$$

$$(b)\quad \frac{4^3}{5^3} + \frac{4^4}{5^4} + \frac{4^5}{5^5} + ...$$

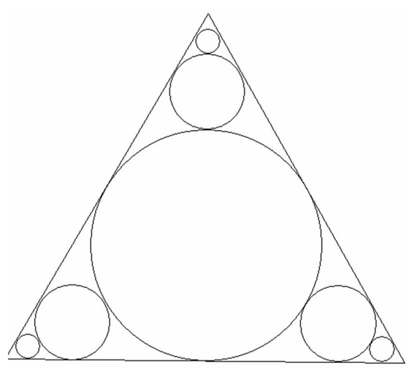
$$(c)\quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{11}\right)^{-11}$$

$$(d)\quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\pi}{e}\right)^n$$

4.- Se tienen dos círculos C y D de radio 1 que se tocan en P. T es una tangente común; C_1 es el circulo que toca a C, D y T; C_2 es el círculo que toca D, C y C_1; C_3 es el círculo que toca D, C y C_2. Este procedimiento puede continuar en forma indefinida y produce una sucesión infinita de círculos $\{C_n\}$. Determine $\sum_{n=1}^{\infty} D(C_n)$ donde $D(C_n)$ se refiere a los diametros de los círculos y



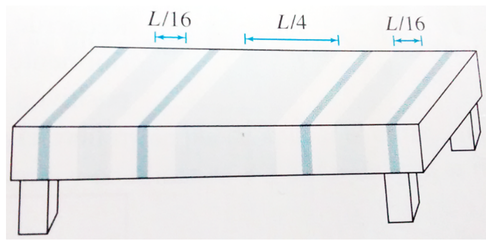
5.-En la figura hay una cantidad finita de círculos que se aproximan a los vértices de un triángulo equilatero. Cada círculo toca a los otros circulos y a los lados del triángulo. si el triángulo tiene lados que miden una unidad de longitud, calcule el área total que ocupan los circulos



6.- **La mesa que desaparece de Cantor.** Considere una mesa de longitud L. En la etapa 1 quite una parte de longitud $\dfrac{L}{4}$ y centrada en el punto medio. Quedan dos partes, cada una de ellas de longitud menor que $\dfrac{L}{2}$. En la etapa 2, quite una parte de longitud $\dfrac{L}{4^2}$ a cada una de las partes restantes en la etapa anterior (en esta etapa se quitan $\dfrac{L}{8}$ de la mesa), en total quite dos secciones de longitud $\dfrac{L}{4^2}$. Ahora quedan cuatro partes, cada una de ellas de longitud menor que $\dfrac{L}{4}$. En la etapa 3, quite cuatro secciones centrales de longitud $\dfrac{L}{4^3}$, etc.

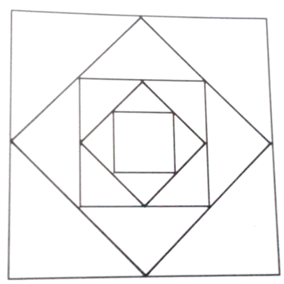
(a) Pruebe que en la N-ésima etapa, la longitud de cada parte restante es menor que $\dfrac{L}{2^N}$ y que la cantidad total de la mesa que se ha quitado es:

$$L\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+...+\frac{1}{2^N}\right)$$

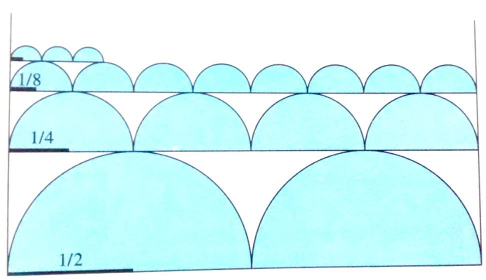


(b) Pruebe que, en el limite, cuando $N \to \infty$ queda exactamente la mitad de la mesa.

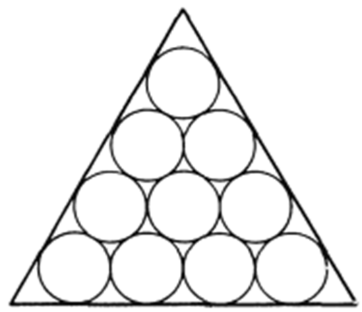
7.- La figura adjunta muestra los primeros cuadrados de una sucesión. El cuadrado exterior mide 4 m^2 de área. Cada uno de los cuadrados interiores se obtiene al unir los puntos medios de todos los lados de los cuadrados anteriores. Calcula la suma de las áreas de todos los cuadrados.



8.-La figura adjunta muestra las tres primeras filas y parte de la cuarta, de una sucesión de filas de semicirculos. Hay 2^n semicirculos en la n-ésima fila, cada uno con radio $\dfrac{1}{2^n}$. Calcula la suma de las áreas de todos los semicirculos.



9.-Suponga que tiene k_n discos circulares ocupando n renglones e inscritos en un triángulo equilatero como se ve el la figura



Entonces $k_1 = 1$, $k_2 = 1 + 2 = 3$, $k_3 = 1 + 2 + 3 = 6$, ...
Sea A el área del triangulo equilatero y sea A_{k_n} el área total de los k_n discos.
Hallar

$$\lim_{n\to\infty} \frac{A_{k_n}}{A}$$

10.-Use el criterio de la integral para determinar si la serie dada converge

$$(a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$

$$(b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3}$$

$$(c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$$

$$(d)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

11.-Use el criterio de comparación para determinar si la serie infinita es convergente

$$(a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$$

$$(b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{1}{3}}+2^n}$$

$$(c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n!+4^n}$$

$$(d)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!}$$

12.-Use el criterio de comparación por paso al limite para determinar si la serie infinita es convergente

$$(a)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{n^4-1}$$

$$(b)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3+1}}$$

13.-Use el criterio de la raíz para determinar si la serie infinita es convergente

$$(a)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{10n}$$

$$(b)\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{n+10}\right)^n$$