Sabemos que

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$$

tenemos entonces que

$$\ln\ e = \ln\left(\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}\right) = \lim_{n\to\infty}\ln\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}\right) = \lim_{n\to\infty} n\ln\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)$$

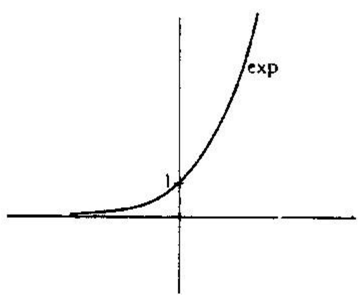
$$\lim_{n\to\infty}\ln\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{\ln\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)}{\frac{1}{n}} \underbrace{=}_{l'hopital} \lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1} = 1$$

por lo tanto

$$\ln\ e = 1$$

Función Exponencial

Definición 1. *La función exponencial se define como* $(\ln\ x)^{-1}$



Algunas de sus propiedades
1.-$(e^{x})' = e^{x}$

Demostración.

$$(e^{x})' = (Log(x))' = \frac{1}{Log'(Log^{-1}(x))} = \frac{1}{\frac{1}{Log^{-1}(x)}} = Log^{-1}(x) = e^{x}$$

□

2.-$e^{x+y} = e^{x}e^{y}$

Demostración.

$$Sea \qquad x' = e^{x} \qquad y' = e^{y} \qquad por \qquad lo \qquad que \qquad x = Logx' \qquad y = Logy'$$

tenemos entoces que

$$x+y = Logx' + Logy' = Log(x'y') \qquad por \qquad tanto \qquad e^{x+y} = e^{Log(x'y')} = x'y' = e^{x}e^{y}$$

□

3.-$e^{y} = e^{-y}$

Demostración.

$$1 = e^0 = e^{y-y} = e^y e^{-y} \qquad por \qquad tanto \qquad 1 = e^y e^{-y} \Rightarrow \frac{1}{e^y} = e^{-y}$$

□

4.-$e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$

Demostración.

$$e^{x+y} = e^x e^y \;\Rightarrow\; e^{x+(-y)} = e^x e^{-y} = \frac{e^x}{e^y}$$

□

5.- $\ln(e^x) = x$

Demostración.

$$\ln(e^x) = x\ln(e) = x(1) = x$$

□

6.-$e^{\ln\ x} = x$

Demostración.

$$\ln\ x = (1)\ln\ x \;\Rightarrow\; \ln(x) = \ln\ e\ \ \ln\ x \;\Rightarrow\; \ln\ x = \ln\ e^{\ln\ x} \;\Rightarrow\; x = e^{\ln\ x}$$

□