GUIA PARA LA REPOSICIÓN DEL TERCER EXAMEN PARCIAL
CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

1. Usando que $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt[n]{x}-1\right)=\ln\ x$. Demuestre que

$$\ln\ xy = \ln\ x + \ln\ y$$

2.-Demuestre que $e^x > x \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}$
3.-Una función continua en el eje real positivo, tiene la propiedad de que cualesquiera que sean $x > 0$ e $y > 0$, la integral

$$\int_x^{xy} f(t)\ dt$$

es independiente de x (y por lo tanto solo depende de y). Si $f(2) = 2$, calcular el valor de la integral

$$A(x) = \int_1^x f(t)\ dt$$

para todo $x > 0$
4.-Exprese la siguiente integral

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{(x^2-1)(x^2+3)}}$$

como una integral eliptica de primer clase $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x}}$
5.-Una función continua en el eje real positivo, tiene la propiedad de que

$$\int_1^{xy} f(t)\ dt = y\int_1^x f(t)\ dt + x\int_1^y f(t)\ dt$$

para todo $x > 0$ y para todo $y > 0$. Si $f(1) = 3$, calcular $f(x)$ para cada $x > 0$
6.-Sea f una función definida en todo el eje real, con derivada f' que satisface

$$f'(x) = cf(x), \quad \forall\ x$$

donde c es una constante. Probar que existe una constante k tal que $f(x) = ke^{cx}$ para cada x.