

Tarea 5

1.- Hallar todos los valores k tales que

$$\ln x = k + \int_e^x t^{-1} dt$$

2.- Sea

$$f(x) = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right), \quad \text{si } x > 0, \quad \text{corregido}$$

si a, b son números dados, siendo $ab \neq -1$, hallar todos los x tales que

$$f(x) = f(a) + f(b)$$

3.- Calcular las integrales

$$(a) \int_0^{e^3-1} \frac{dt}{1+t}$$

$$(b) \int_0^{1-e^{-2}} \frac{\ln(1-t) dt}{1-t}$$

$$(c) \int \tan t dt$$

$$(d) \int \cot t dt$$

$$(e) \int \frac{2^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}} dt$$

$$(f) \int \frac{dt}{1+e^t}$$

4.- Demostrar que si

$$f(x) = \int_0^x f(t) dt$$

entonces $f = 0$

5.- Demostrar que $\log_{10} 2$ es irracional

6.- Demuestre que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt[n]{x} - 1) = \ln x$$

7.- Use lo anterior para mostrar que

$$\ln xy = \ln x + \ln y$$

8.- Demuestre que

$$\ln x < x, \quad \forall x > 0$$

9.- Demuéstrese que la recta $x + y = 0$ y la curva $y = \ln x$ tienen exactamente una intersección

10.- Demuestre que $e^x > x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

11.- Demuéstrese que la recta $x + y = 0$ y la curva $y = e^x$ tienen exactamente una intersección