Guía para el 3er examen parcial

1.-Para $F(t) = f(x + h_1 t, y + h_2 t)$, hallar $F'(1)$ para:

$$a) \quad f(x,y) = \frac{y}{x}$$

$$b) \quad f(x,y) = x^2 + 2xy^2 - y^4$$

2.-Encontrar la pendiente de la curva $z(t) = F(t) = f(x+h_1 t, y+h_2 t)$ en $t = 1$, para $x = 0,\ y = 1,\ h_1 = \frac{1}{2},\ h_2 = \frac{1}{4}$ y

$$a) \ f(x,y) = e^{x^2+(y-1)^2}$$

$$b) \ f(x,y) = \cos(\pi(y-1)) \operatorname{sen}(\pi x^2)$$

3.-Demostrar que existe un número θ, $0 < \theta < 1$ tal que

$$\frac{2}{\pi} = \cos\left(\frac{\theta\pi}{2}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}(1-\theta)\right)$$

usando el teorema del valor medio para la función

$$f(x,y) = \operatorname{sen}(\pi x) + \cos(\pi y)$$

4.-Deducir el teorema del valor medio para una función $f(x,y,z)$ de tres variables
5.-Hallar un número θ, $0 \le \theta \le 1$ para el cual

$$f\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right) = \frac{\partial f}{\partial x}\left(\theta, \frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{3}\right) + \frac{1}{2}\frac{\partial f}{\partial y}\left(\theta, \frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{3}\right) + \frac{1}{3}\frac{\partial f}{\partial z}\left(\theta, \frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{3}\right)$$

para

$$f(x,y,z) = xyz$$

6.-Obtenga el polinomio de taylor de tercer orden para la función

$$f(x,y) = \operatorname{sen}(x+y) + \cos(x+y)$$

en el punto $P = (0,0)$
7.-Obtenga un valor aproximado de $\sqrt{1{,}03} \cdot \sqrt[3]{0{,}98}$, utilizando la fórmula de Taylor hasta las derivadas de segundo orden
8.-Calcular el límite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x \operatorname{sen}(y) + y \operatorname{sen}(x)}{xy}$$

Usando el polinomio de Taylor de orden 2 para la función $f(x,y) = x \operatorname{sen}(y) + y \operatorname{sen}(x)$