

## Guía para el 4to examen parcial (Parte 1)

1.-Sea  $D'$  el paralelogramo acotado por las rectas  $y = 3x - 4$ ,  $y = 3x$ ,  $y = \frac{x}{2}$  y  $y = \frac{x+4}{2}$ .

Sea  $D = [0, 1] \times [0, 1]$ . Hallar  $T$  tal que  $D$  es la imagen de  $D'$  bajo  $T$ .

2.-Suponga que  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  es una transformación lineal;  $T(x) = Ax$ , donde  $A$  es una matriz asociada de  $2 \times 2$ . Mostrar que si  $\det A \neq 0$ ,  $T$  manda paralelogramos en paralelogramos

3.-Demuestre que  $f$  es diferenciable en todos los puntos  $(x, y, z) \in \text{Dom}_f$  y calcule  $JF(x)$  para:

$$a) \quad f(x, y, z) = (yz - x^2, x + z)$$

$$b) \quad f(x, y, z) = (x^2 + z, xy, z^2 - y)$$

4.-Calcule la matriz jacobiana de la función  $f$  en el punto  $x_0$  que se indica

$$a) \quad f(x, y, z) = (x^2 + xy, x \operatorname{sen}(yz)), \quad x_0 = (1, 1, \pi)$$

$$b) \quad f(x, y) = (e^{3x} \operatorname{sen}(y), e^{3x} \cos(y)), \quad x_0 = (0, \frac{\pi}{2})$$

5.-Determine  $Jf \circ g(x_0)$  para las siguientes funciones:

$$a) \quad f(r, s) = (rs, r^2 - s^2), \quad g(x, y) = (x^2 - xy, xy + y^2) \quad x_0 = (0, 1)$$

$$b) \quad f(x, y) = (xe^y, \ln(x)), \quad g(u, v, w) = (u + v + w, vw) \quad x_0 = (1, 2, 1)$$

6.-Si  $g(u, v, w) = (u \cos(v), u \operatorname{sen}(v), u - v)$ ,  $f(x, y, z) = xyz$ , y  $s = f \circ g(u, v, w)$ , calcule  $\frac{\partial s}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial s}{\partial v}$ ,  $\frac{\partial s}{\partial w}$

7.-Si  $f, g$  son funciones de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$  que tienen derivadas parciales de segundo orden continuas y  $u(x, t) = f(x - t) + g(x + t)$ , demuestre que

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

8.-Mostrar que  $xy + z + 3xz^5 = 4$  es soluble para  $z$  como función de  $(x, y)$  cerca de  $(1, 0, 1)$ . Calcular  $\frac{\partial z}{\partial x}$  y  $\frac{\partial z}{\partial y}$  en  $(1, 0)$

9.-Analizar la solubilidad del sistema

$$y + x + uv = 0$$

$$uxy + v = 0$$

para  $u, v$ , en términos de  $x, y$  cerca de  $u = v = x = y = 0$

10.-Considere las expresiones

$$F(x, y, u, v) = u - v + 2x - 2y = 0$$

$$G(x, y, u, v) = 3u^3 + v^3 - 5x^2 + y^3 = 0$$

Calcule

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{cerca de} \quad (1, 1, 1, 1)$$

