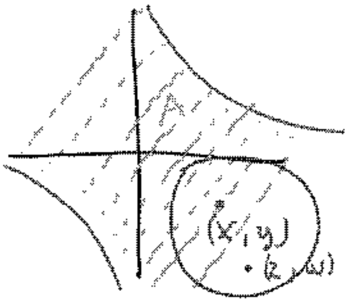
$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy < 1\}$$



Para mostrar que A es un conjunto abierto tomamos $(x,y) \in A$ y y consideramos la bola $B((x,y),\varepsilon)$ $\varepsilon > 0$ si $(z,w) \in B((x,y),\varepsilon)$ se tiene que

$$(x-z)^2 + (y-w)^2 < \varepsilon^2$$

tenemos que probar que $zw < 1$

en este caso

$$zw = (z - x + x)(w - y + y)$$

$$= \underbrace{xy}_{<1} + \underbrace{(z-x)(w-y)}_{\substack{|z-x|<\varepsilon \\ |y-w|<\varepsilon}} + x\underbrace{(w-y)}_{|y-w|<\varepsilon} + y\underbrace{(z-x)}_{|z-x|<\varepsilon}$$

$$< 1 - \varepsilon^2 - \varepsilon x - \varepsilon y$$

$\therefore$ $zw < 1$ si tomamos $\varepsilon > 0$ $\ni$

$$\boxed{1 - \varepsilon^2 - \varepsilon(x+y) < 1}$$

$\therefore$ $\forall (z,w) \in B((x,y),\varepsilon)$ se tiene que $(z,w) \in A$

$\therefore$ A es abierto