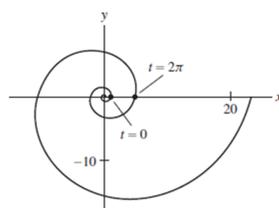


Tarea 2

- 1.-Demuestre que cuando se calcula la longitud de una curva como la integral de la longitud de arco, el resultado no depende de la parametrización
- 2.-La curva conocida como la espiral de Bernoulli



tiene una parametrización  $r(t) = e^t \cos(4t), e^t \sin(4t)$

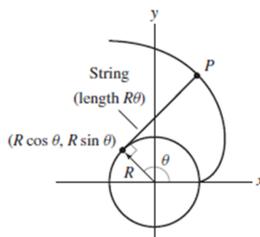
a) Evalúe

$$s(t) = \int_{-\infty}^t \|r'(u)\| du$$

b) Use lo anterior para hallar la parametrización por longitud de arco

3.-La involuta de una circunferencia, trazada por un punto en el extremo de un hilo que ha sido desenrollado de una bobina circular de radio  $R$ , tiene parametrización

$$r(\theta) = (R(\cos(\theta) + \theta \sin(\theta)), R(\sin(\theta) - \theta \cos(\theta)))$$



Halle la parametrización por longitud de arco de la involuta

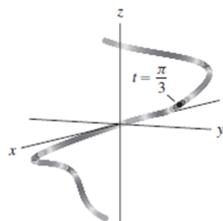
3.-Dada la gráfica de una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Demuestre que la curvatura en el punto  $(x, f(x))$  de la gráfica es:

$$\kappa(x) = \frac{|f'(x)|}{(1 + (f'(x))^2)^{3/2}}$$

4.-Halle la curvatura de

$$r(t) = (2 \sin(t), \cos(3t), t) \text{ en } t = \frac{\pi}{3}$$



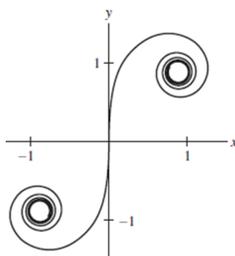


5.-Prueba que la curvatura en un punto de inflexion de una curva plana es cero 6.-Si una curva plana tiene parametrización  $r(t) = (x(t), y(t))$ . Demuestre que

$$\kappa(t) = \frac{|x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)|}{(x'^2(t) + y'^2(t))^{\frac{3}{2}}}$$

7.-La espiral de cornu es la curva plana  $r(t) = (x(t), y(t))$  donde

$$x(t) = \int_0^t \sin\left(\frac{u^2}{2}\right) du \quad y(t) = \int_0^t \cos\left(\frac{u^2}{2}\right) du$$



compruebe que tiene curvatura  $\kappa(t) = |t|$

8.-Encuentre  $T(t)$ ,  $N(T)$  y  $B(t)$  para el valor dado t. Después encuentre las ecuaciones de los planos osculador, normal y rectificador en el punto que corresponde a ese valor de t.

$$r(t) = (\cos(t), \text{sen}(t), 1) \quad t = \frac{\pi}{4}$$

