Tarea 3
Cálculo Diferencial e Integral III
fecha de entrega: 7/Mar/14

Espacios métricos

1.-Sea d una métrica en X. Determinar todas las constantes k para las que

$$i)\quad kd$$

$$ii)\quad d+k$$

es una métrica sobre X
2.-Determinar si la aplicación $d:\mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $d(x,y)=|x^2-y^2|$ es una métrica. Si no lo es, decir si existe un subconjunto de la recta en que si lo sea.
3.-Sea (X,d) un espacio métrico cualquiera. Demostrar que la aplicación

$$D:=X\times X\to X\quad dada\ \ por\quad D(x,y)=\frac{d(x,y)}{1+d(x,y)}$$

es tambien una métrica sobre X
3.-Si A_1 y $A_2\subset\mathbb{R}$ son conjuntos abiertos entonces el conjunto

$$A_1\times A_2=\{(a_1,a_2)|a_1\in A_1\quad y\quad a_2\in A_2\}$$

es un abierto de $\mathbb{R}^2$
4.-En cada uno de los siguientes casos, sea A el conjunto de todos los puntos $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ que satisfacen las condiciones dadas. Hacer un gráfico mostrando el conjunto A y dar una razón geométrica para explicar si S es abierto, cerrado, cerrado y abierto ala vez ó ni cerrado ni abierto

$$a)\quad x^2+y^2\geq 0$$

$$b)\quad x^2+y^2<0$$

$$c)\quad x^2+y^2\geq 1$$

$$d)\quad y=x^2$$

$$e)\quad 1<x^2+y^2\leq 2$$

5.-Sea (X,d) un espacio métrico. Se define el interior de un conjunto $A\subset X$, como

$$int(A)=\{x\in A\mid B(x,r)\subset A\}$$

Demostrar que A es abierto si y solo si $A=int(A)$