Tarea 5
Cálculo Diferencial e Integral III
fecha de entrega: 22/Mar/14

1.-Proporciones un ejemplo para mostrar que
a) La intersección infinita de conjuntos abiertos puede ser un conjunto cerrado
b) La unión infinita de conjuntos cerrados puede ser un conjunto abierto
2.-Sean $\overline{x_n}$ y $\overline{y_n}$ sucesiones en $\mathbb{R}^n$ y $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que:

$$a) \quad \lim_{n\to\infty} \overline{x_n} = \overline{x} \quad \Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} \overline{x_n} - \overline{x} = \overline{0}$$

$$b) \; Si \; \lim_{n\to\infty} \overline{x_n} = \overline{x} \;\; y \;\; \lim_{n\to\infty} \overline{y_n} = \overline{y} \;\; entonces \;\; \lim_{n\to\infty} \overline{x_n} + \overline{y_n} = \overline{x} + \overline{y}$$

$$c) \quad \lim_{n\to\infty} \overline{x_n} = \overline{x} \;\; entonces \;\; \lim_{n\to\infty} \lambda\overline{x_n} = \lambda\overline{x}$$

$$d) \quad \lim_{n\to\infty} \overline{x_n} \cdot \overline{y_n} = \overline{x} \cdot \overline{y}$$

$$e) \;\; Si \;\; \lim_{n\to\infty} \overline{x_n} = \overline{0} \;\; y \;\; \overline{y_n} \;\; es \;\; tal \;\; que \;\; \|\overline{y_n}\| \leq M \;\; entonces \;\; \lim_{n\to\infty} \overline{x_n} \cdot \overline{y_n} = \overline{0}$$

3.-Sea $A \subset \mathbb{R}^n$. Demuestre que $\forall \;\; \overline{x} \notin \;\; ext\ A$ existe una sucesión $\overline{x_n}$ de puntos de A cuyo límite es $\overline{x}$
4.-Sea $A \subset \mathbb{R}^n$ un subconjunto cerrado. Demuestre que $\forall \;\; \overline{x_n}$ sucesión de puntos de A convergente ,su límite es $\overline{x} \in A$
5.-Demuestre que $K \subset \mathbb{R}^n$ es compacto si y solo si, de toda sucesión de puntos $\overline{x_n} \subset K$ se puede obtener una subsucesión convergente a un punto $\overline{x} \in K$
6.-Cierto o falso Si $A \subset \mathbb{R}^n$ es un conjunto conexo y $B \subset \mathbb{R}^n$ también es un conjnuto conexo entonces $A \bigcap B$ es un conjunto conexo
7.-Cierto o falso Si $A \subset \mathbb{R}^n$ es un conjunto conexo y $B \subset \mathbb{R}^n$ también es un conjnuto conexo entonces $A \bigcup B$ es un conjunto conexo