MARTES 09-AGOSTO-2016

EJERCICIO

DEMOSTRAR LAS OTRAS 6 PROPIEDADES.

EN SU CURSO DE ALGEBRA LINEAL VERÁN OTROS EJEMPLOS DE ESPACIOS VECTORIALES

* EL ESPACIO VECTORIAL $\mathbb{P}(F)$ DE TODOS LOS POLINOMIOS CON COEFICIENTES DE UN CAMPO F.

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_0 \quad y$$

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \ldots + b_0$$

$$f(x), g(x) \in \mathbb{P}(F) \quad y \quad c \in F.$$

TEOREMA (Ley de cancelación)

SI $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \in V$ TAL QUE $\bar{x} + \bar{z} = \bar{y} + \bar{z}$ ENTONCES $\bar{x} = \bar{y}$

Demostración

EXISTE $\bar{v} \in V$ TAL QUE $\bar{z} + \bar{v} = \bar{0}$

$$\bar{x} = \bar{x} + \bar{0} = \bar{x} + (\bar{z} + \bar{v}) = (\bar{x} + \bar{z}) + \bar{v}$$

$$= (\bar{y} + \bar{z}) + \bar{v} = (\bar{y}) + (\bar{z} + \bar{v})$$

$$= \bar{y} + \bar{0} = \bar{y} \quad \text{POR LO TANTO}$$

$$\bar{x} = \bar{y}$$

COROLARIO

EL VECTOR $\bar{0}$ ES UNICO (Ejercicio)

Corolario

EL VECTOR $\bar{y}$ DEL INVERSO ADITIVO ES UNICO (Ejercicio)

TEOREMA.

EN CUALQUIER ESPACIO VECTORIAL V

a) $0 \cdot \bar{x} = \bar{0} \quad \forall \bar{x} \in V$

b) $(-a)\bar{x} = -(a\bar{x}), \quad a \in F, \quad x \in V$

c) $a \cdot \bar{0} = \bar{0} \quad \forall a \in F.$

* SUBESPACIOS.

DEFINICIÓN

UN SUBCONJUNTO W DE UN ESPACIO VECTORIAL V SOBRE UN CAMPO F, SE LLAMA UN SUBESPACIO ~~vectorial~~ DE V SI W ES UN ESPACIO VECTORIAL SOBRE F, BAJO LAS OPERACIONES DE SUMA Y MULTIPLICACIÓN POR ESCALARES DEFINIDAS EN V.

PARA VERIFICAR SI W ES UN SUBESPACIO VECTORIAL SOLO BASTARIA DEMOSTRAR LAS SIGUIENTES 3 CONDICIONES

- $\bar{0} \in W$
- $\bar{x} + \bar{y} \in W$ SIEMPRE QUE $\bar{x}, \bar{y} \in W$
- $a\bar{x} \in W$ SIEMPRE QUE $a \in F$ Y $x \in W$.

EJEMPLO

VERIFIQUE QUE EL CONJUNTO

$$\mathcal{L}_1 := \{ (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + \ldots + x_n = 0 \}$$

ES UN SUBESPACIO VECTORIAL

VERIFIQUE QUE EL CONJUNTO

$$\mathcal{L}_2 := \{ (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + \ldots + x_n = 1 \}$$

NO LO ES.

RECORDATB

- COMBINACION LINEAL.
- INDEPENDENCIA LINEAL
- BASES