Guia para el primer examen parcial
Calculo Diferencial e Integral III

1.-Sea $A \subset \mathbb{R}^n$. Pruebe que: A es un conjunto acotado si y solo si para todo $x \in \mathbb{R}^n$ existe $M > 0$ (que depende de x) tal que

$$\|x - y\| \leq M \quad \forall\, y \in A$$

2.-Sean $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$ tales que $a_i < b_i$ para $i = 1, 2, 3$. Pruebe que el conjunto

$$A = (a_1, a_2) \times (a_2, b_2) \times (a_3, b_3)$$

es un conjunto acotado
3.-Sea $A \subset \mathbb{R}$. Pruebe que si A es cerrado y acotado entonces ínf (A), sup $(A) \in\ A$
4.-Sea $A \subset \mathbb{R}^n$ un conjunto infinito. Pruebe que, si A es un conjunto cerrado y acotado entonces todo subconjunto infinito B de A tiene un punto de acumulacion de A.
5.-Sea $A \subset \mathbb{R}^n$ tal que $A' \neq \emptyset$. Pruebe que para todo $\epsilon > 0$ existen $x, y \in A$ tales que

$$0 < \|x - y\| < \epsilon$$

. 6.-Sea $A \subset \mathbb{R}^n$ un conjunto infinito y $c \in \mathbb{R}$, $c > 0$. Pruebe que, $\|x - y\| \geq c$ para todo $x, y \in\ A$ entonces A es un conjunto no acotado.
7.-Sean $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$ tales que $a_i < b_i$ para $i = 1, 2, 3$. Pruebe que el conjunto

$$A = (a_1, a_2) \times (a_2, b_2) \times (a_3, b_3)$$

es un conjunto convexo
8.-Sea $A \subset \mathbb{R}^n$. Pruebe que A es disconexo si y solo si existen $U, V \subset \mathbb{R}^n$ conjuntos abiertos tales que

$$a)\ A \subset\ U \bigcup V$$

$$b)\ A \bigcap U \neq \emptyset \quad y \quad A \bigcap V \neq \emptyset$$

$$a)\ A \bigcap U \bigcap\ U = \emptyset$$