

Guia para el segundo examen parcial
Calculo Diferencial e Integral III

- 1.-Sea $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2$ Dada por $f(t) = (t, \cosh(t))$. Obtenga la reparametrizacion por longitud de arco
2.-Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ una curva y $\bar{f} : [c, d] \rightarrow \mathbb{R}^n$ su reparametrizacion, pruebe que

$$\int_a^b \|f'(t)\| dt = \int_c^d \|\bar{f}'(s)\| ds$$

- 3.-Suponga que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ esta parametrizada $f(t) = (x(t), y(t))$ pruebe que

$$\kappa(t) = \frac{|x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)|}{((x'(t))^2 + (y'(t))^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- 4.-Suponga que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ esta parametrizada $f(t) = (t, \varphi(t))$ pruebe que

$$\kappa(t) = \frac{\varphi''(t)}{(1 + (\varphi'(t))^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- 5.-Se llama evoluta de una curva $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ a la curva que describen los centros de curvatura de f , determine

- (a) la evoluta de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(t) = (t, t^2)$$

- (b) la evoluta de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(t) = (t, t^3)$$

- 6.-Sea $\bar{f} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ la reparametrizacion por longitud de arco de f , donde $\bar{f} = f \circ \varphi$. Demuestre que la torsion τ esta dada por

$$\tau(s) = \frac{\bar{f}'(s) \times \bar{f}'''(s) \cdot \bar{f}'(s)}{(\kappa(s))^2}$$

- 7.-Pruebe lo siguiente: Sea $\bar{f} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ la reparametrizacion por longitud de arco de f . Si para cada $s \in \mathbb{R}$ se tiene que $N'(s)$ existe entonces

$$N'(s) = -\kappa(s)T(s) + \tau(s)B(s)$$

- 8.-Pruebe lo siguiente: Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ tal que $T(t)$ existe para todo $t \in \mathbb{R}$. Si $T'(t) \neq 0$ entonces

$$f''(t) = f'(t)T(t) + (f'(t))^2\kappa(t)N(t)$$

donde $\kappa(t)$ es la curvatura en el punto $f(t)$.

- (b) Investigue la interpretacion fisica de la formula anterior.

