

Guía para el cuarto examen parcial
Cálculo Diferencial e Integral III

1.-Halle el volumen máximo de una caja inscrita en un tetraedro limitado por los planos coordenados y el plano

$$x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1$$

2.-Halle el punto del plano

$$z = x + y + 1$$

más cercano al punto $(1, 0, 0)$

3.-Pruebe que las sumas de los cuadrados de las distancias entre un punto $P = (c, d)$ y n puntos fijos

$$(a_1, b_1), \dots, (a_n, b_n)$$

es mínima cuando c es la media de las coordenadas x de las a_i y d es la media de las coordenadas y de las b_i

4.-(Regresión Lineal en tres variables) Supongamos que se tienen n datos en tres variables x, y, z a saber (x_1, y_i, z_i) , $i = 1, \dots, n$, de las cuales se sabe que deben guardar una relación lineal del tipo

$$z = Ax + By + C$$

Se quieren determinar entonces los coeficientes A, B y C que hacen que los valores de z calculados como

$$z = Ax + By + C$$

ajusten lo mejor posible los datos proporcionados. Desde el punto de vista geométrico se trata de hallar el plano

$$z = Ax + By + C$$

que mejor ajuste los n puntos dados. Hallar los valores de A, B, C que hagan que

$$S = \sum_{i=1}^n (z_i - (Ax_i + By_i + C))^2$$

sea mínima.

5.-obtenga el mejor ajuste lineal del tipo $z = Ax + By + C$ para el siguiente conjunto de datos

a.	x	0	0.8	1	3	
	y	0.1	-0.5	-1	-2	
	z	1.1	1.3	1	2	
b.	x	1.8	4.2	-0.3	2	3
	y	0.5	2.1	3.2	-0.4	1
	z	2	1.8	-2.7	3.5	2.5

6.-(Ajuste cuadrático) Supongamos un conjunto de datos de las variables x, y , a saber (x_i, y_i) $i = 1, \dots, n$ las cuales se sabe guardan una relación cuadrática del tipo

$$y = ax^2 + bx + c$$



Se trata de determinar los coeficientes a, b, c que mejor ajustan tal relacion cuadratica
 7.-Obtenga la parabola que mejor ajusta cada uno de los siguientes conjuntos

a.	x	1	-1	2	3
	y	3.9	6	9.1	18

b.	x	0	1	-1	2	-2
	y	-1.1	6.1	-11.95	8.95	-27

8.-Sea $B > 0$. Pruebe que el maximo de

$$f(x_1, \dots, x_n) = x_1 x_2 \cdots x_n$$

sujeta a las restricciones

$$x_1 + \cdots + x_n = B, \quad y \quad x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n$$

se da en $x_1 = \cdots = x_n = \frac{B}{n}$.

9.-Use el ejercicio anterior para deducir que

$$(a_1 a_2 \cdots a_n)^{\frac{1}{n}} \leq \frac{a_1 + \cdots + a_n}{n}$$

para cualesquiera numeros positivos a_1, \dots, a_n

10.-Halle las dimensiones de la caja de maximo volumen con sus lados paralelos a los planos coordenados, que se pueda inscribir en el elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

