Tarea 3
Calculo Diferencial e Integral III
fecha de entrega 23 septiembre 2016

1.-Demostrar que si $f(t)$ es derivable en t_0, entonces $f(t)$ es continua en t_0.
2.-Demuestre que si φ es diferenciable soble un intervalo $I \subset \mathbb{R}$ y f es diferenciable sobre un intervalo que contiene a
$\varphi(I) = \{\varphi(t)|t\epsilon I\}$, entonces $f \circ \varphi$ es diferenciable en I y $(f \circ \varphi)' = f' \circ \varphi \cdot \varphi'$ sobre I
3.-Demuestre que la derivada de un vector de magnitud constante es ortogonal a el.
4.-Hallar el angulo formado por las graficas de las funciones definidas por $f(t) = (t, t^2 + 1, 1 - 2t)$, $g(w) = (w + 1/2, -2 + 8w, -2)$ en algunos de los puntos de interseccion.
5.-Sea $R \subset \mathbb{R}^3$ la recta determinada por la interseccion de los planos

$$ax + by + cz = 0, \quad \overline{a}x + \overline{b}y + \overline{c}z = 0$$

Muestre que si $\overline{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ y $\overline{x}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ son dos puntos diferentes que pertenecen a R, entonces la funcion

$$f(t) = \overline{x}_0 + t(\overline{x}_1 - \overline{x}_0)$$

es una parametrizacion de R.
6.-Sea $f : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ derivable y $r(t) = \|f(t)\|$. Si $r(t_0) \neq 0$ y $r(t_0)$ es un maximo o un minimo local de r, pruebe que

$$f(t) \cdot f'(t) = 0$$

7.-Sea $\gamma = (f, g) : [a, b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ continua en el intervalo $[a, b]$ y derivable en el intervalo (a, b) tal que $\gamma'(t) \neq 0 \ \ \forall\ t \in (a, b)$. Pruebe que existe $\xi \in (a, b)$ y $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que

$$\gamma(b) - \gamma(a) = \lambda \gamma'(\xi)$$

8.-Demuestre que Si f y $\|f\|$ son integrables en $[a, b]$ entonces

$$\left\| \int_a^b f(t)dt \right\| \leq \int_a^b \|f(t)\|dt$$

9.-Sea $\gamma : [a, b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ si existen $\overline{x},\ \overline{u} \in \mathbb{R}^n$ tales que

$$\gamma(t) = \overline{x} + t\overline{u}, \quad \forall\ t \in [a, b]$$

pruebe que $\|\gamma'(t)\|$ es constante
10.-Si $r(t)$ es un vector de posicion de una particula que se mueve a lo largo de una curva suave en el espacio, entonces:
(a) la velocidad es la derivada de la posicion $v(t) = \frac{dr(t)}{dt}$
(b) la rapidez es la magnitud de la velocidad $\|v(t)\|$
(c) la aceleracion es la derivada de la velocidad $a = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2r(t)}{dt}$
(d) el vector $\dfrac{v(t)}{\|v(t)\|}$ es una direccion de movimiento en el tiempo t.
El vector $r(t) = 3\cos t\hat{i} + 3\sin t\hat{j} + t^2\hat{k}$ da la posicion de un cuerpo en movimiento en el tiempo t. Encuentre la rapidez del cuerpo y su direccion cuando $t = 2$ Â¿En que tiempo son ortogonales los vectores velocidad y aceleracion del cuerpo?