Tarea 6
Calculo Diferencial e Integral III
fecha de entrega 18 noviembre 2016

1.-Mostrar que

$$xy + z + 3xz^5 = 4$$

es soluble para z como funcion de (x, y) cerca de $(1, 0, 1)$. Calcular $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ en $(1, 0)$

2.-Mostrar que

$$x^3 z^2 - z^3 yx = 0$$

es soluble para z como funcion de (x, y) cerca de $(1, 1, 1)$, pero no cerca del origen. Calcular $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ en $(1, 1)$

3.-Analizar la solubilidad del sistema

$$\begin{gathered} 3x + 2y + z^2 + u + v^2 = 0 \\ 4x + 3y + z + u^2 + v + w + 2 = 0 \\ x + z + w + u^2 + 2 = 0 \end{gathered}$$

para u, v, w en terminos de x,y,z cerca de $x = y = z = 0, \;\; u = v = 0$ y $w = -2$

4.- El sistema

$$u - v = x + y, \quad u + v = x - y$$

define funciones implicitas $u = u(x, y), \; v = v(x, y), \; x = x(u, v), \; y = y(u, v)$, las cuales se pueden hacer explicitas. Obtenga las derivadas parciales de estas funciones y compruebe que

$$\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} \cdot \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = 1$$

5.-Considere las expresiones

$$uv - 3x + 2y = 0, \quad u^4 - v^4 = x^2 - y^2$$

Habiendo verificado que estas definen funciones $u = u(x, y), \; v = v(x, y)$ en los alrededores del punto $(x, y, u, v) = (1, 1, 1, 1)$, determine las ecuaciones de los planos tangentes a las superficies $u = u(x, y), \; v = v(x, y)$ en p.

6.-Considere las expresiones

$$x + y = e^u - e^v, \;\; x^2 + y^2 = u + y$$

Demuestre que estas expresiones determinan funciones implicitas $u = u(x, y), \; v = v(x, y)$ en los alrededores del punto $p = (0, 0, 0, 0)$. Halle las derivadas parciales de segundo orden cruzadas de estas funciones en el origen

7.-Sean $f_1, f_2, g_1, g_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funciones continuas tales que $f_1(1) = f_2(1) = g_1(1) = g_2(1) = 1$. Considere las expresiones

$$\int_u^{v^2} f_1(t)\, dt = \int_x^y g_1(t)\, dt, \quad \int_{u^3}^{v^4} f_2(t)\, dt = \int_{x^2}^{y^2} g_2(t)\, dt$$

Demuestre que estas expresiones determinan funciones implicitas $u = u(x, y),\ v = v(x, y)$ en los alrededores del punto $p = (1, 1, 1, 1)$. Halle las derivadas parciales

$$\frac{\partial u}{\partial x}(1,1), \quad \frac{\partial u}{\partial y}(1,1), \quad \frac{\partial v}{\partial x}(1,1), \quad \frac{\partial v}{\partial y}(1,1)$$

8.-Demuestre que las expresiones

$$3x = u + v + w, \quad x^2 + y^2 = u^2 + v^2, \quad x^3 + y^3 + z^3 = 3u^3$$

definen funciones implicitas $u = u(x, y, z),\ v = v(x, y, z),\ w = w(x, y, z)$ alrededor del punto $p = (1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Determine las derivadas parciales

$$\frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial x}$$

Demuestre tambien que tales expresiones definen funciones implicitas $x = x(u, v, w),\ y = y(u, v, w),\ z = z(u, v, w)$ alrededor del punto p. Calcule las derivadas parciales

$$\frac{\partial x}{\partial u}, \quad \frac{\partial y}{\partial v}, \quad \frac{\partial z}{\partial w}$$