

Guía para la reposición del primer parcial

- 1.-Probar usando la definición que el área de un triángulo de base b y altura h es $\frac{bh}{2}$
- 2.-Dado el segmento de línea diagonal $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2, y = x\}$ encontrar el área de A .
- 3.-sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua dada por $y = f(x)$, mostrar que el conjunto Im_f tiene área cero
- 4.-Demostrar que el área es un invariante bajo traslaciones, rotaciones, reflexiones, dilataciones
- 5.-Demostrar que un intervalo $[a, b] \subset \mathbb{R}$ no tiene medida cero
- 6.-Calcular la integral de la función $f(x, y) = x^2y^2$ sobre la región limitada por las hipérbolas equilateras

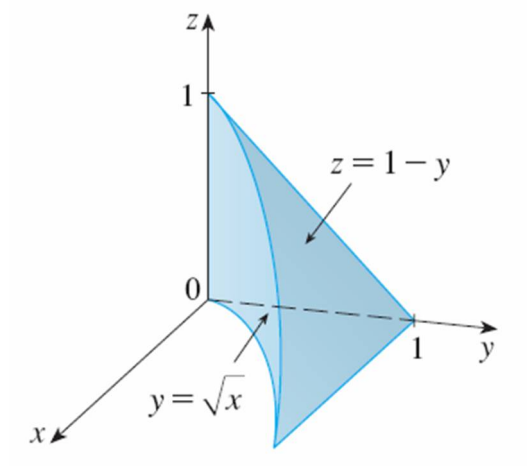
$$xy = 1, \quad xy = 2, \quad y = \frac{1}{2}, \quad y = 3x$$

usando la transformación

$$x = \sqrt{\frac{u}{v}}, \quad y = \sqrt{uv}$$

- 7.- La figura siguiente muestra la región de integración para la integral

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \int_0^{1-y} dz dy dx$$



Vuelva a escribirla como una integral iterada equivalente en los otros cinco ordenes.

- 8.-Si f es una función integrable sobre un rectángulo R y dada una partición de R en n subrectángulos R_{ij} . Demuestre que si $R_{kl} \subset R$ entonces f es integrable sobre R_{kl}
- 9.-Dibujar la región de integración y calcular la integral doble

$$\iint_R f \, dA \quad \text{donde} \quad f(x, y) = x^2y^2$$

y R es la región acotada del primer cuadrante situada entre las dos hipérbolas

$$xy = 1, \quad xy = 2, \quad y = x, \quad y = 4x$$

10.-Determinar si la integral

$$\int \int_R \frac{1}{(x^2 + y^2)^5 + 1} dx dy$$

donde $R = [0, \infty) \times [0, \infty)$ es convergente en \mathbb{R}

11.-A partir del resultado

$$\int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{4a}$$

Calcular

$$\int_0^a \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$$