

Guía para la reposición del cuarto Exámen Parcial

1.-Sea $P = (a, b)$ y sea C_r la circunferencia de radio r y centro P . El valor medio de una función continua φ sobre C_r se define como la integral

$$I_\varphi(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(a + r \cos \theta, b + r \sin \theta) d\theta$$

Pruebe que $f(x, y) = x^2 - y^2$ es armónica. Compruebe la propiedad del valor medio para $f(x, y)$

2.-Sea $F = (e^y, 2xe^{x^2}, 0)$ halle un campo vectorial G tal que $\text{rot}(G) = F$ y use el teorema de Stokes para comprobar que el flujo de F a través de S es cero, donde S es la semiesfera superior de la esfera unitaria.

3.-Sea $F = (x, y, z)$. Demuestre que si W es una región en \mathbb{R}^3 con frontera S , entonces

$$\text{Volumen}(W) = \frac{1}{3} \int_S F \cdot ds$$

4.-Demostar que

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi} \log \|x - y\|$$

satisface las propiedades de la función de Green, de modo que una solución de $\nabla^2 u = \rho$ es

$$u(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}^3} \rho(y) \log \|x - y\| dy$$