Tarea 3

Sección 3.1 Superficies Parametrizadas

1.- En los siguientes ejercicios, parametrice la superficie que se indica, determinando una función

$$f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$$

, la cual describe a la superficie con D un rectángulo o un triángulo
a) El paralelogramo determinado por los vectores $(1,0,-2),\ (2,0,-2)$
b) El paralelogramo con vértices $(-2,0,1),\ (1,1,0),\ (3,1,1),\ (0,0,2)$
c) El triángulo determinado por los vectores $(1,1,0),\ (2,0,-1)$
d) El triángulo con vértices $(1,1,-1),\ (2,1,0),\ (0,1,1)$
2.-Parametrize las siguientes superficies
a) La esfera $x^2+y^2+z^2-2y-3=0$
b) La superficie $x^2+4y^2+4z^2-2x-3=0$
c) La superficie el hiperboloide de una hoja
d) La superficie el hiperboloide de dos hojas

Sección 3.1 Vector Tangente y Vector Normal

En los siguientes ejercicios calcular $\left\|\dfrac{\partial f}{\partial u} \times \dfrac{\partial f}{\partial v}\right\|$

$$a) \quad f(u,v) = (a\operatorname{sen}(u)\cosh(v), b\cos(u)\cosh(v), csenh(v))$$

$$b) \quad f(u,v) = (u+v, u-v, 4v^2)$$

$$c) \quad f(u,v) = (u+v, u^2+v^2, u^3+v^3)$$

$$d) \quad f(u,v) = (u\cos(v), u\operatorname{sen}(v), \frac{1}{2}u^2\operatorname{sen}(2v))$$

Sección 3.1 Plano Tangente

3.-Hallar la ecuación para el plano tangente a la superficie dada en el punto dado

$$x = 2u \quad y = u^2+v \quad z = v^2, \quad en \quad (0,1,1)$$

$$x = u^2-v^2 \quad y = u+v \quad z = u^2+4v, \quad en \quad \left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2\right)$$

$$x = u^2 \quad y = u\operatorname{sen}(e^v) \quad z = \frac{1}{3}u\cos(e^v), \quad en \quad (13,-2,1)$$

4.-Desarrollar una fórmula para el plano tangente a la superficie $x = h(y,z)$
5.-Desarrollar una fórmula para el plano tangente a la superficie $y = k(x,z)$

Sección 3.2 Área de una superficie

6.-Sea S un paralelogramo de lados no paralelos a ningún eje coordenado. Sean $S_1,\ S_2,\ S_3$ las áreas de las proyecciones de S sobre los planos coordenados. Demostrar que el área de S es

$$\sqrt{(S_1)^2+(S_2)^2+(S_3)^2}$$

7.-Calcular el área de la región que en el plano $x+y+z=a$ determina el cilindro $x^2+y^2=a^2$
8.-Calcular el área de la porción de superficie $z^2=2xy$ que se proyecta en el primer cuadrante del plano xy y limitada por los planos $x=2$, $y=1$

Sección 3.3 Reparametrizaciones y Superficies orientadas

9.-Mostar que la banda de Moebius parametrizada por

$$f(u,v)=\left(\left(1-v\operatorname{sen}\frac{u}{2}\right)\cos(u),\left(1-v\operatorname{sen}\frac{u}{2}\right)\operatorname{sen}(u),v\cos\frac{u}{2}\right)\quad u\in[0,2\pi],\quad v\in[-1,1]$$

10.-Obtenga una parametrización $f:D\subset\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}\mathbf{3}$ de S, que produzca la orientación indicada

$$S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x^2+y^2+z^2=1\}\quad \textit{orientación}\ \ \textit{positiva}$$
$$S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x^2+y^2=1\}\quad \textit{orientación}\ \ \textit{negativa}$$

no es una superficie orientada