Guia primer parcial

1.-Determine las regiones de integración que conducen a las siguientes integrales triples

$$(a)\quad \int_0^2 \left(\int_0^z \left(\int_0^{\sqrt{z^2-y^2}} x\ dx \right)\ dy \right)\ dz$$

$$(b)\quad \int_0^1 \left(\int_0^x \left(\int_{x^2+y^2}^{x+y}\ dz \right)\ dy \right)\ dx$$

2.-Calcule la integral de la función $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$ sobre el conjunto

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1\}$$

3.-Calcule la integral de la función $f(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2}e^{z\cdot\sqrt{x^2+y^2}}$ sobre el conjunto

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3\ |0 \leq\ x^2+y^2 \leq 1,\ \ 0 \leq z \leq \sqrt{x^2+y^2}\}$$

4.-Calcular el volumen de la región que está dentro de la esfera unitaria con centro en el origen, y fuera del cono determinado por la ecuación

$$z^2 = x^2+y^2$$

5.-Sea $f : [a_1,b_1] \times [a_2,b_2] \times [a_3,b_3] \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tal que la función

$$f_{x,y} : [a_3,b_3] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

definida como

$$f_{x,y}(z) = f(x,y,z)$$

es integrable para toda $(x,y) \in R' = [a_1,b_1] \times [a_2,b_2] \subset \mathbb{R}^2$ y $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ es continua en R.
Si definimos $g : R' \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ como

$$g(x,y) = \int_{a_3}^{b_3} f(x,y,z)\ dz$$

pruebe que $\dfrac{\partial g}{\partial x}(x,y)$ existe para toda $(x,y) \in R'$ y además

$$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \int_{a_3}^{b_3} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)\ d$$

6.-Calcular la siguiente integral

$$\int_0^1 \frac{x-1}{\ln(x)}\ dx$$

Hint: Derivar respecto del parámetro **a** en la integral

$$\int_0^1 \frac{x^a-1}{\ln(x)}\ dx$$

7.-A partir del resultado

$$\int_0^a \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{\pi}{4a}$$

calcular

$$\int_0^a \frac{dx}{(x^2+a^2)^3}$$