Tarea 2 fecha de entrega 17 de febrero 2017

1.-Sea $R = [a_1, b_1] \times \cdots \times [a_n, b_n]$ un rectángulo en $\mathbb{R}^n$. Pruebe que:
(a) Si $b_i - a_i < \delta$ para $i = 1, ..., n$ entonces

$$d(R) < \sqrt{n}\delta$$

(b) Si $x, y \in R$, entonces

$$\|x - y\| \leq d(R)$$

(c) Si $x_0 \in R$ y $r > d(R)$, entonces $R \subset B_r(x_0)$
2.- Pruebe que si $A \subset \mathbb{R}^n$ es un conjunto acotado, entonces existe un rectángulo R en $\mathbb{R}^n$ tal que $A \subset R$.
3.-Sea $f : R \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ acotada tal que $f(x) \geq 0, \quad \forall\, x \in R$. Si $\forall\, \epsilon > 0$ existe una partición de R tal que

$$\overline{S}(f, P) < \epsilon$$

entonces f es integrable sobre R y $\int_R f = 0$
4.-Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función continua dada por $y = f(x)$, mostrar que el conjunto Im_f tiene área cero
5.-Demostrar que un intervalo $[a, b] \subset \mathbb{R}$ no tiene medida cero
6.-Probar que la recta real contenida en $\mathbb{R}^2$, tiene medida cero.
7.-Sea $R = [a_1, b_1] \times \cdots \times [a_n, b_n]$ un rectángulo en $\mathbb{R}^n$. Dado $\epsilon > 0$, pruebe que existen R_1, R_2 rectángulos tales que

$$(a) \quad R_1 \subset Int(R) \quad y \quad m(R) - \epsilon < m(R_1)$$
$$(b) \quad R \subset Int(R_2) \quad y \quad m(R_2) < m(R) + \epsilon$$