Tarea 3 fecha de entrega 24 de febrero 2017

1.-Sea $M > 0$. Muestre que

$$(a)\ \pi(1 - e^{-M^2}) \leq \int_{[-M,M]\times[-M,M]} e^{-(x^2+y^2)} \leq \pi(1 - e^{-2M^2})$$

$$(b)\ \pi(1 - e^{-M^2}) \leq \left(\int_{-M}^{M} e^{-t^2}\ dt \right)^2 \leq \pi(1 - e^{-2M^2})$$

2.-Sea $f : [a,b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ integrable en $[a,b]$ y $R = [a,b] \times [a,b]$. Pruebe que para toda $u \in [a,b]$:

$$\int_a^b \left(\int_a^u f(u)\ f(v)\ dv \right)\ du = \int_a^b \left(\int_u^b f(u)\ f(v)\ dv \right)\ du = \frac{1}{2} \left(\int_a^b f(t)\ dt \right)^2$$

3.-Sea f continua en $R = [a,b] \times [c,d]$ para $a < x < b$, $c < y < d$ definimos

$$F(x,y) = \int_a^x \int_c^y f(u,v) dv\ du$$

Demostrar que $\dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = f(x,y)$

4.-Probar que

$$2 \int_a^b \int_x^b f(x) f(y) = \left(\int_a^b f(x)\ dx \right)^2$$

5.-Probar que

$$\int_0^x \left[\int_0^t F(u)\ du \right]\ dt = \int_0^x (x-u) F(u)\ du$$

6.-Calcular las siguientes integrales intercambiando el orden de integración

$$\int_0^3 \int_{-x^2+1}^{x^2+1} xy\ dy\ dx$$

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 (x+y)^2\ dy\ dx$$