Tarea 7 fecha de entrega 7 de abril 2017

1.-Sean $\tilde{\sigma} : [0, 2\pi] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definida como

$$\tilde{\sigma}(x, y) = (\cos(x), \operatorname{sen}(x), y)$$

y $\sigma : [0, 2\pi] \times [-1, 1] \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definida como

$$\sigma(x, y) = (\cos(x), \operatorname{sen}(x), y^2)$$

(a) Muestre que σ, $\tilde{\sigma}$ parametrizan a la misma superficie S
(b) Muestre la orientación de cada parametrización σ, $\tilde{\sigma}$
(c) Existira una función $\psi : [0, 2\pi] \times [-1, 1] \subset \mathbb{R}^2 \to [0, 2\pi] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2$ tal que

$$\sigma = \tilde{\sigma} \circ \psi$$

2.- Sea $S \subset \mathbb{R}^3$ la esfera de radio r con centro en el origen y $\hat{x}_0 \in \mathbb{R}^3$ tal que $\hat{x}_0 \notin S$. Si definimos $f : S \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ como

$$f(\hat{x}) = \frac{1}{\|\hat{x} - \hat{x}_0\|}$$

calcule la integral de superficie
3.-Calcule la masa total de una lámina cuya forma corresponde a la de una superficie S, y con una función de densidad ρ, donde
(a) S es el paraboloide

$$z = x^2 + y^2, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad \rho(x, y, z) = 1 + z$$

4.-Sea S una superficie que se puede representar como la gráfica de una función $z = g(x, y)$, pruebe que

$$\int\int_D f(\phi(u, v))\|T_u \times T_v\| \; du \; dv = \int\int_D \frac{f(x, y, g(x, y))}{\cos(\theta)} \; dx \; dy$$

donde θ es el ángulo que forma la normal a la superficie con el vector unitario $\hat{k} = (0, 0, 1)$
5.-Use el ejercicio anterior para calcular la integral de superficie, de la superficie S, donde S es el triángulo con vértices $(1, 0, 0,)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $\rho(x, y, z) = x$
6.- Sea una superficie S definida implícitamente por $F(x, y, z) = 0$ para (x, y) en un dominio $D \subset \mathbb{R}^2$. Demostrar que

$$\int\int_D \left|\frac{\partial F}{\partial z}\right| = \int\int_D \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2} \; dx \; dy$$