

Tarea 8 fecha de entrega 28 de abril 2017

1.-Sean  $\phi, \varphi : D \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dos campos escalares definidos en  $D \subset \mathbb{R}^3$  y sea  $P \in D$ . Usando que

$$\text{grad } \varphi = \lim_{\text{vol}(S) \rightarrow 0} \frac{\oint_S \varphi \, d\vec{s}}{\text{vol}(S)}$$

donde  $S \subset D$  es una superficie cerrada que contiene a  $P$ .

Demuestre las siguientes formulas

(a)  $\text{grad}(\phi + \varphi)(P) = \text{grad } \phi(P) + \text{grad } \varphi(P)$

(b)  $\text{grad}(\phi \cdot \varphi)(P) = \phi(P)\text{grad } \phi(P) + \varphi(P)\text{grad } \phi(P)$

2.-Dado el campo vectorial  $F$ , use la definición de divergencia en un punto

$$\text{div } F = \lim_{\text{área}(D) \rightarrow 0} \frac{\int_{Fr(D)} F}{\text{área}(D)}$$

para calcular la divergencia de:

(a)  $F(x, y) = (3x + y, 2y)$  en el punto  $(2, 2)$

(b)  $F(x, y) = (5x - 4y, x + 4y)$  en el punto  $(2, 2)$

3.-Dado el campo vectorial  $F$ , use la definición de rotacional en un punto

$$\text{rot } F = \lim_{\text{área}(D) \rightarrow 0} \frac{\int_{Fr(D)} F}{\text{área}(D)}$$

para calcular el rotacional de:

(a)  $F(x, y) = (x, y)$  en el punto  $(2, 2)$

(b)  $F(x, y) = (x - y, x + y)$  en el punto  $(2, 2)$

4.-Usando las definiciones anteriores de divergencia y rotacional demuestre las siguientes fórmulas

(a)  $\text{div}(F + G) = \text{div } F + \text{div } G$

(b)  $\text{rot}(F + G) = \text{rot } F + \text{rot } G$

5.-Dado un campo vectorial  $F = (M, N)$  se define la divergencia del campo

$$\text{div } F = \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}$$

Demuestre que

$$\text{div}(fF) = f \text{div } F + \nabla f$$

6.-Dado un campo escalar  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , calcule

$$\text{div}(\nabla\varphi)$$

¿Qué se puede decir de este valor? 7.-Dado un campo vectorial  $F = (M, N)$  se define el rotacional del campo

$$\text{rot } F = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}$$

calcule el rotacional de los siguientes campos

(a)  $F(x, y) = (\sin(x), \cos(y))$

(b)  $F(x, y) = (xy, x^2 - y^2)$

8.-Dado un campo escalar  $\varphi$ , calcule

$$\text{rot}(\nabla\varphi)$$

¿Qué se puede decir de este valor?