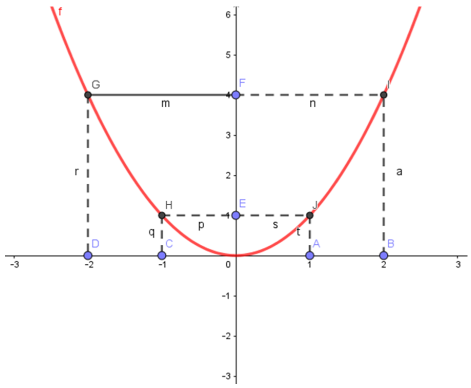
Ejemplos de gráficas de funciones

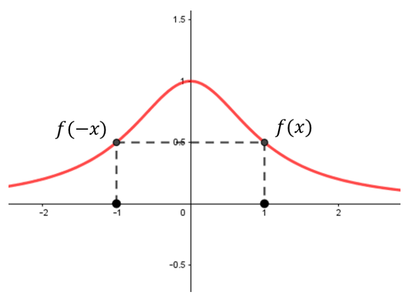
Trazar la gráfica de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2$

tenemos la siguiente gráfica



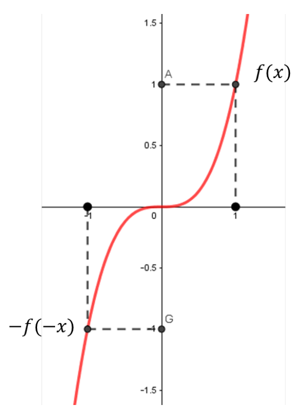
Trazar la gráfica de una función par

tenemos la siguiente gráfica



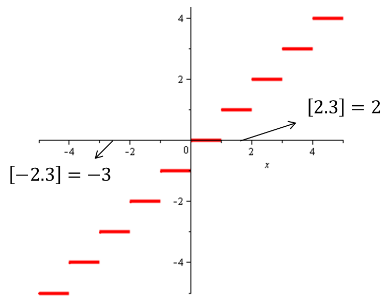
Trazar la gráfica de una función impar

tenemos la siguiente gráfica



Trazar la gráfica de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \lfloor x \rfloor$

Esta función se lee el mayor entero que es menor o igual a x, tenemos la siguiente gráfica

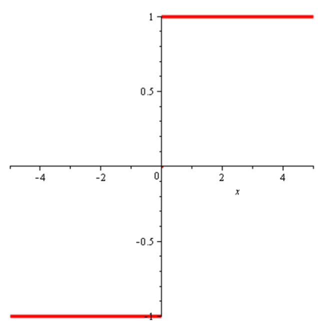


Trazar la gráfica de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por f(x)=sgn (x)

Esta función se define

$$f(x) = \begin{cases} -1 & si \quad x < 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \\ 1 & si \quad x > 0 \end{cases}$$

Se lee función signo de x, tenemos la siguiente gráfica

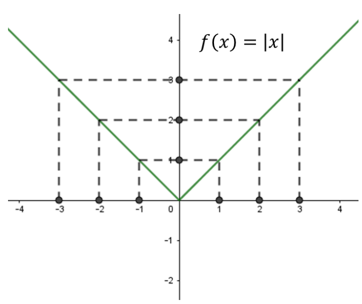


Trazar la gráfica de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por f(x)=$|x|$

Esta función se define

$$f(x) = \begin{cases} x & si \quad x \geq 0 \\ -x & si \quad x < 0 \end{cases}$$

tenemos la siguiente gráfica

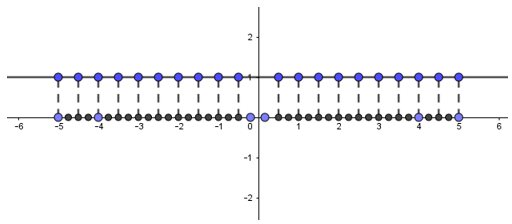


Trazar la gráfica de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de Dirichlet

Esta función se define

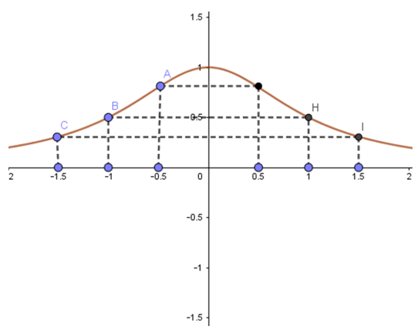
$$f(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x \in \mathbb{Q} \\ 0 & si \quad x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

tenemos la siguiente gráfica



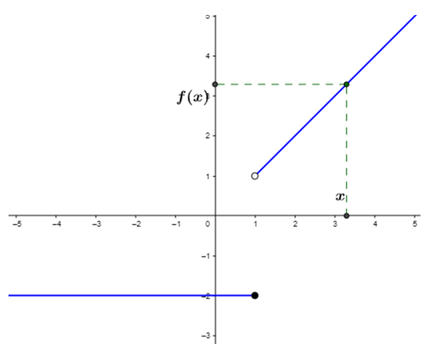
Trazar la gráfica de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $\dfrac{1}{1+x^2}$

tenemos la siguiente gráfica



Trazar la gráfica de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \begin{cases} -2 & si \quad x \in [-6, 1] \\ x & si \quad x \in (1, 5] \end{cases}$

tenemos la siguiente gráfica

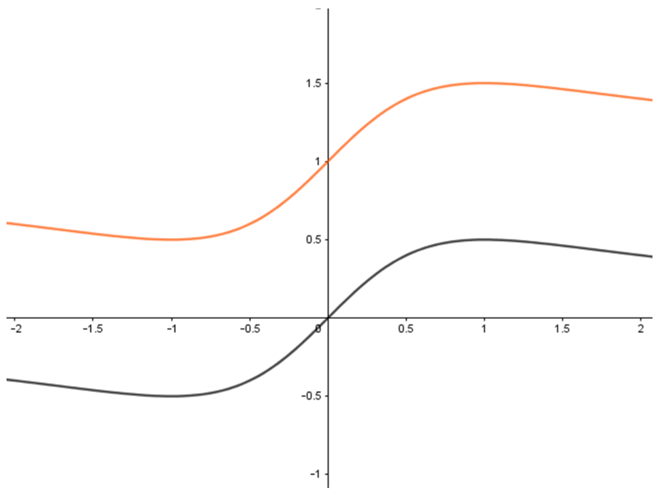


Ejercicio Dada la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. ¿Como se ve la gráfica de la función $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$? dada por

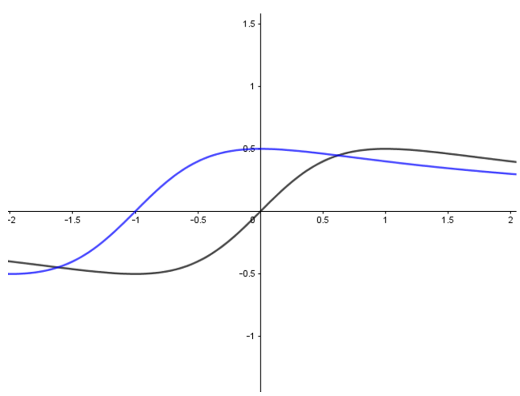
- $g(x) = f(x) + c$ con $c > 0$
- $g(x) = f(x + c)$
- $g(x) = c \cdot f(x)$
- $g(x) = f(c \cdot x)$
- $g(x) = |f(x)|$
- $g(x) = f(|x|)$
- $g(x) = f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

Solución Tenemos que

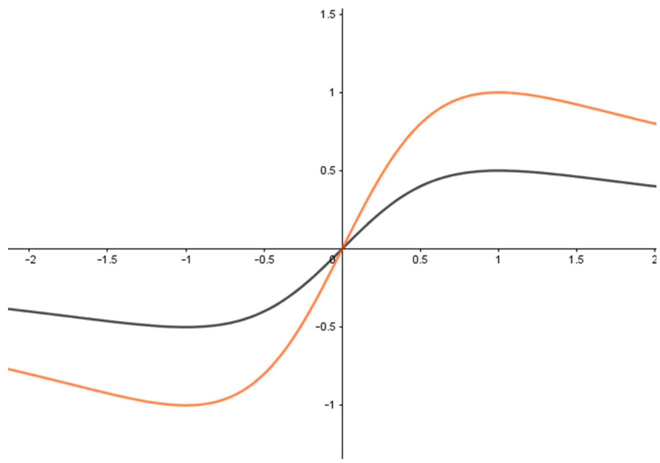
- $g(x) = f(x) + c$ con $c > 0$



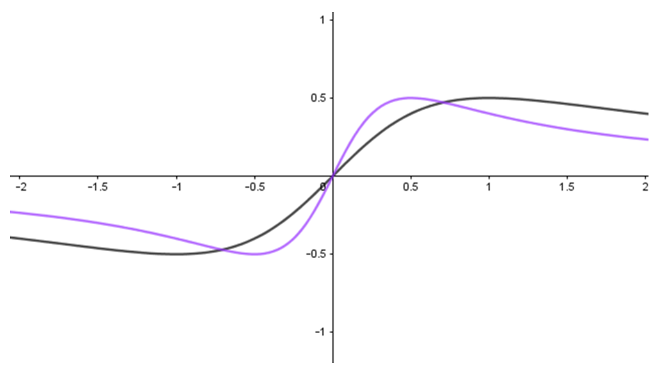
- $g(x) = f(x + c)$



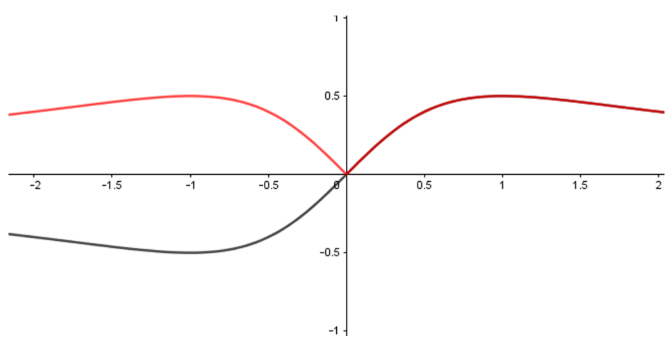
- $g(x) = c \cdot f(x)$



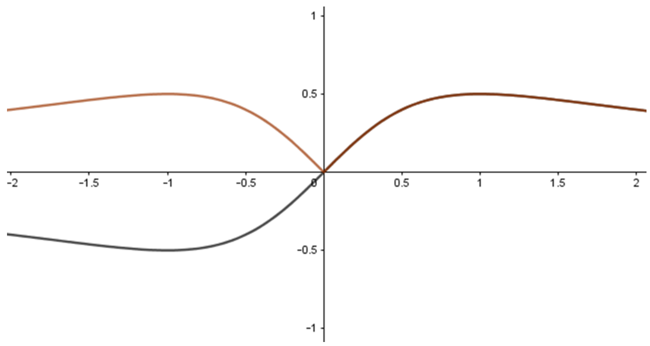
- $g(x) = f(c \cdot x)$



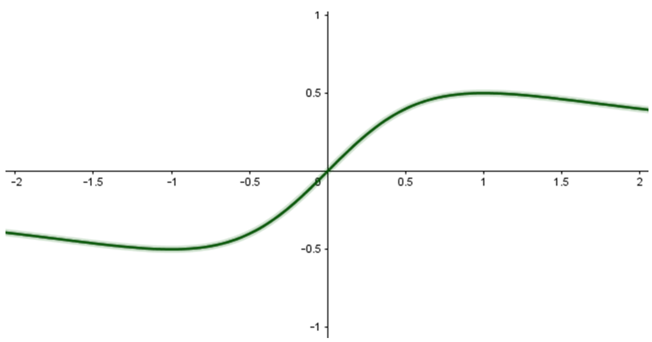
- $g(x) = |f(x)|$



- $g(x) = f(|x|)$



- $g(x) = f\left(\dfrac{1}{x}\right)$



Operaciones con funciones

Definición 1. *Dadas dos funciones* $f, g : A \subseteq \mathbb{R} \to B \subseteq \mathbb{R}$. *Las funciones suma, diferencia, producto y cociente se definen en el conjunto* $D(f) \bigcap d(g)$ *como sigue:*

$$f+g: \quad (f+g)(x) = f(x) + g(x) \quad \forall x \in A \bigcap B$$

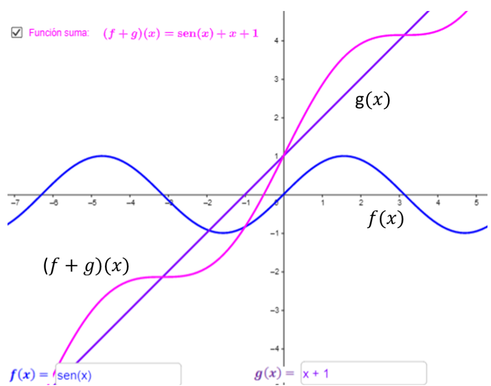
$$f-g: \quad (f-g)(x) = f(x) - g(x) \quad \forall x \in A \bigcap B$$

$$f \times g: \quad (f \times g)(x) = f(x) \times g(x) \quad \forall x \in A \bigcap B$$

$$\frac{f}{g}: \quad \frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \forall x \in A \bigcap B \quad \ni g(x) \neq 0$$

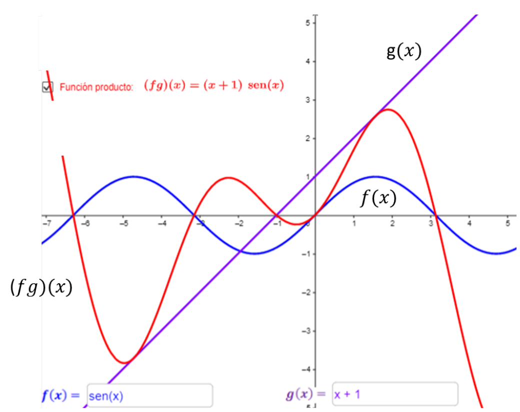
Ejemplo Dadas las funciones $f(x)$ y $g(x)$ graficar la función $(f+g)(x)$

Solución Tenemos la gráfica



Ejemplo Dadas las funciones $f(x)$ y $g(x)$ graficar la función $(f \cdot g)(x)$

Solución Tenemos la gráfica



Ejemplo Tenemos las siguientes definiciones

Definición 2. *Función Par*
Una función $f : X \to Y$ *se dice que es par si* $f(x) = f(-x)\ \forall x \in \mathbb{R}$

Definición 3. *Función Impar*
Una función $f : X \to Y$ *se dice que es impar si* $f(x) = -f(-x)\ \forall x \in \mathbb{R}$

1. Si f, g son funiones pares entonces $f + g$ es una función par.
   En efecto

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= f(-x) + g(-x) \\ &= (f+g)(-x) \end{aligned}$$

2. Si f, g son funiones impares entonces $f + g$ es una función impar
   En efecto

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= -f(-x) - g(-x) \\ &= -(f+g)(-x) \end{aligned}$$

3. Si f, g son funiones impares entonces $f \cdot g$ es una función par
   En efecto

$$\begin{aligned} (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= (-f(-x)) \cdot (-g(-x)) \\ &= f(-x) \cdot g(-x) \\ &= f \cdot g(-x) \end{aligned}$$