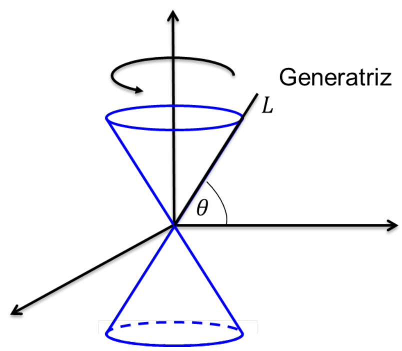
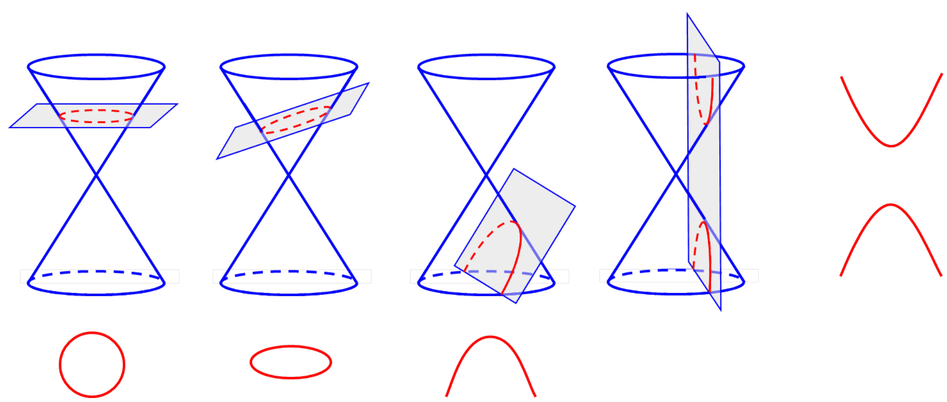
Secciones de un cono

Es posible construir un cono en $\mathbb{R}^3$ utilizando una recta L en el plano YZ que pase por el origen y forma un ángulo θ con el eje Y, si giramos alrededor del eje Z. Las generatrices del cono es el conjunto de rectas que lo conforman generadas por los giros de L.

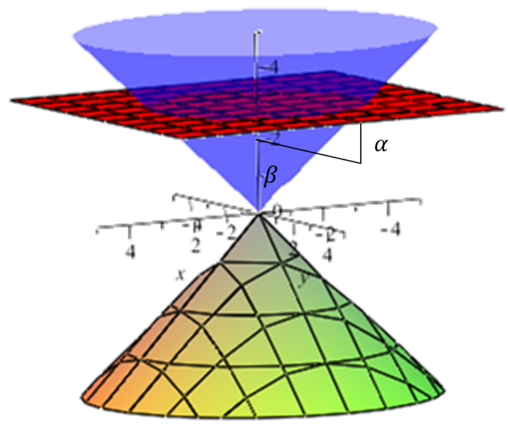


Se sabe que un cono circular recto con vértice en el origen cumple con la ecuación

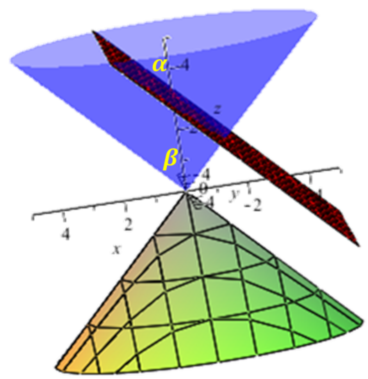
Planos intersectados con conos Existen diversas posibilidades de intersección de planos con conos, por ejemplo si el plano es paralelo a su base observamos que el lugar geométrico es una circunferencia. Si inclinamos un poco el plano pero cuidando de no quedar paralelo al lado del cono observamos que la interseccion es una elipse.
Casos un poco más dificiles de visualizar son la parábola y la hipérbola, para la primera, aparece en la intersección en el instante en que el plano se vuelve paralelo a algunos de los lados del cono. Todo plano paralelo al eje del cono intersecado con este último darán como resultado hipérbolas.



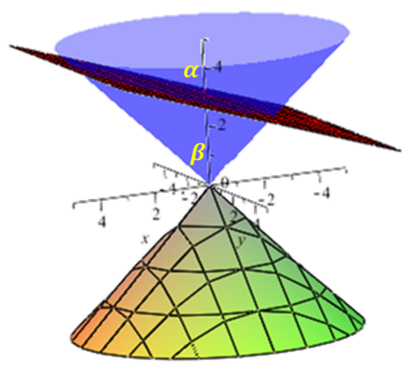
Ángulos de intersección de planos con conos Dados un plano y un cono, denotemos por β el ángulo que forman las restas generatrices con el eje del cono y llamemos α al menor ángulo determinado por el plano y el eje del cono.



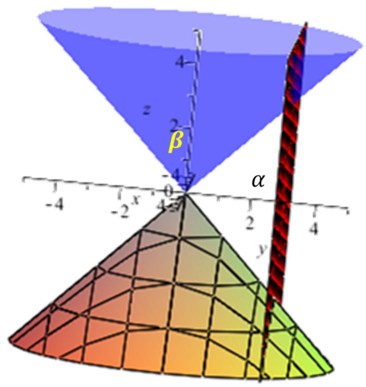
Es posible dar un criterio para generar cónicas en términos de α, β ya que si $\alpha = \beta$ concluimos que el plano es paralelo al lado del cono por lo que la cónica será una parábola,



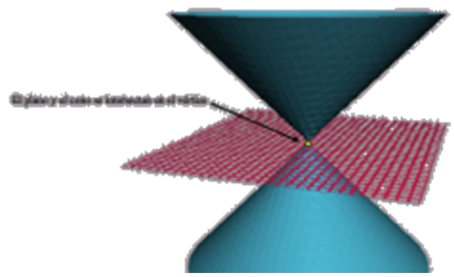
si $\beta < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ concluimos que la cónica será una elipse,



si $0 \leq \alpha < \beta$ concluimos que la cónica será una hipérbola,



Si el plano y el cono se intersectan en un punto se trata de un caso degenerado



Si el plano y el cono son tangentes se trata de un caso degenerado